1 Einleitung und Motivation

Speziell im Bereich der Bildverarbeitung gilt es, große Datenmengen in kurzer Zeit zu bearbeiten. Ein Vielzweck-Bildverarbeitungsprogramm benötigt zur Abarbeitung einfacher Filteroperationen oder Statistikoperationen, für die jedes Pixel eines Bildes betrachtet werden muß, im Bereich von Sekunden bis Minuten. Für den sinnvollen industriellen Einsatz von Bildverarbeitung ist zumeist eine um ein Vielfaches schnellere Bearbeitung jedes Einzelbildes notwendig, da oft durch einen Produktionsprozeß Echtzeit-Anforderungen vorgegeben sind. Deshalb ist es in der industriellen Bildverarbeitung in besonderem Maße notwendig, auf dem Rechner erprobte Verfahren in Hardware zu implementieren. In den allermeisten Fällen wird eine solche Hardware den Rechner nicht ersetzen, sondern unterstützen. Diese Unterstützung ist insbesondere in der Vorverarbeitung von Bilddaten gut zu realisieren, da hier häufig einfache Algorithmen auf große Datenmengen angewandt werden und oft eine starke Reduktion der Datenmenge auf die tatsächlich benötigte Information möglich ist. Bei der Bildauswertung, die der Vorverarbeitung folgt, ist oft eine Flexibilität erforderlich, die nur von einem Computer erbracht werden kann. Die hier verwendeten Algorithmen sind je nach Anwendungsgebiet sehr unterschiedlich, und die Forschung auf diesem Gebiet steht teilweise noch in den Anfängen.

Die direkte Umsetzung eines Computerprogramms in Hardware läßt bei serieller Abarbeitung von Operationen im Prinzip eine Beschleunigung um etwa den Faktor zehn zu, da die Interpretation von Prozessorbefehlen entfällt. Als Beispiel dafür sei die Implementation eines Linien-Zeichenalgorithmus wie dem Bresenham-Algorithmus auf einer Grafikbeschleunigerkarte genannt. Eine weitere Beschleunigung erreicht man, wenn die Hardware mehrere für einen Mikroprozessor nacheinander auszuführende Aufgaben parallel ausführen kann. Bei Bildvorverarbeitung eröffnet sich häufig zusätzlich die Möglichkeit, durch Parallelverarbeitung bei einer Operation, die in gleicher Weise auf viele Pixel angewandt werden muß, eine noch weitaus größere Beschleunigung gegenüber einem seriell arbeitenden Rechnerprogramm zu erzielen. Dadurch wird bei gleicher Technologie eine nahezu beliebige Geschwindigkeitssteigerung möglich, ohne daß der eigentliche Entwurf wesentlich komplexer wird als eine seriell arbeitende Lösung.

Zwar hat die Bildverarbeitung in den letzten zehn Jahren vermehrt Einzug in Fertigungsprozesse gehalten, jedoch sind Anwendungen im Konsumbereich bisher kaum realisiert. Aus diesem Grund ist im Bereich der Bildverarbeitung, anders als bei beispielsweise der Spracherkennung, nur eine geringe Auswahl von Standardbausteinen erhältlich, aus denen ein allgemein verwendbares Bildverarbeitungssystem aufgebaut werden könnte.

Der hier zu entwickelnde Histogrammprozessor (Histogrammer) soll eine Reihe von Standardaufgaben erledigen, die bei nahezu jeder Bildverarbeitung anfallen. In der angestrebten Kombination von universellen Funktionen gibt es keinen vergleichbaren Baustein auf dem Markt.
Eine Spezialhardware hat nicht nur eine höhere Leistungsfähigkeit als eine Problemlösung in Software, sondern ermöglicht auch einen kompakteren Aufbau und eine geringere Leistungsaufnahme, als ein mit einem genügend leistungsfähigen Universalrechner realisiertes System.
Ein gutes Beispiel für Systeme, bei denen Leistungsaufnahme, Größe und Gewicht kritisch sind, stellen autonome Systeme dar. Ein höherer Energieverbrauch verringert hier die Betriebsdauer oder erhöht das Gewicht der Energieversorgung und damit die Größe des gesamten Systems.

Ein weiteres Argument für die Eigenentwicklung eines Histogrammers als Hardware ist der Schutz vor Kopien und Nachbauten der darauf basierenden Bildverarbeitungslösungen.

Die Diplomarbeit basiert auf einem vom MAZ erstellten Pflichtenheft und Konzeptvorschlag. Nach einer allgemeinen Darstellung der Aufgabengebiete und Einsatzmöglichkeiten eines Histogrammers werden eine erste Aufarbeitung des Pflichtenheftes und erste weiterführende Ansätze als Anforderungskatalog des Histogrammers zusammengestellt. Anhand des Anforderungskataloges wird ein Verhaltensmodell des Histogrammers in VHDL entwickelt. Parallel dazu entsteht eine detaillierte Spezifikation des Histogrammers. Erweiterungen und Ergänzungen des Verhaltensmodells führen dann zur Synthetisierbarkeit mit dem Compass-System. Damit kann das Verhaltensmodell mit dem Compass-Synthesizer in eine digitale Schaltung umgesetzt werden.
Die Arbeit endet mit der Validation dieser digitalen Schaltung.

2 Einsatzgebiete eines Histogrammers

Innerhalb dieses Kapitels sollen das typische Aufgabengebiet und Umfeld eines Histogrammers beschrieben und mit der Histogrammerstellung eng verwandte Problematiken der Bildverarbeitung genannt werden.

2.1 Stellung des Histogrammers in einem Bildverarbeitungssystem

Ein Histogrammer ist ein Teil eines Bildverarbeitungssystems, das die Aufgabe hat, aus der großen vom Bildaufnehmer kommenden Datenmenge eine kleinere Menge globaler Informationen über das Bild zu bilden. Seine Stellung ist deshalb relativ weit vorne innerhalb des Bildverarbeitungssystems. Die vom Histogrammer gebildete Information ist jedoch so stark auf statistische Aussagen beschränkt, daß in den meisten Fällen parallel zum Histogrammer weitere Auswertungseinheiten die gesamte Bilddatenmenge erhalten müssen, um für Bildverarbeitungsanwendungen ausreichende Information aus dem Bild zu gewinnen. Abbildung 2.1 zeigt anhand eines Blockschaltbildes den Datenfluß innerhalb eines solchen Bildverarbeitungssystems. Die relativen Datenmengen werden durch die Breite der Pfeile charakterisiert.
Zur Bildaufnahme dient eine für das jeweilige Anwendungsgebiet geeignete Kamera. Die aus einer Kamera kommenden Daten werden über einen Analog-Digital-Wandler digitalisiert und sowohl dem Histogrammer als auch einem Bildvorverarbeitungsrechner zugeführt. Der Vorverarbeitungsrechner kann beispielsweise aus für spezielle Aufgaben optimierten ASICs und Digitalen Signalprozessoren (DSP) aufgebaut sein. Der Vorverarbeitungsrechner kann wahlweise auch mit durch den Histogrammer umgewandelten Bilddaten gespeist werden. Ein Hostrechner steuert Histogrammer und Vorverarbeitungsrechner, übernimmt die Daten beider Einheiten und wertet anhand dessen die Bilder oder Bildfolgen aus. Zumindest Histogrammer und Bildvorverarbeitungsrechner arbeiten in Echtzeit, da hier keine Vorrichtung zur Zwischenspeicherung eines oder mehrerer Bilder vorgesehen ist.

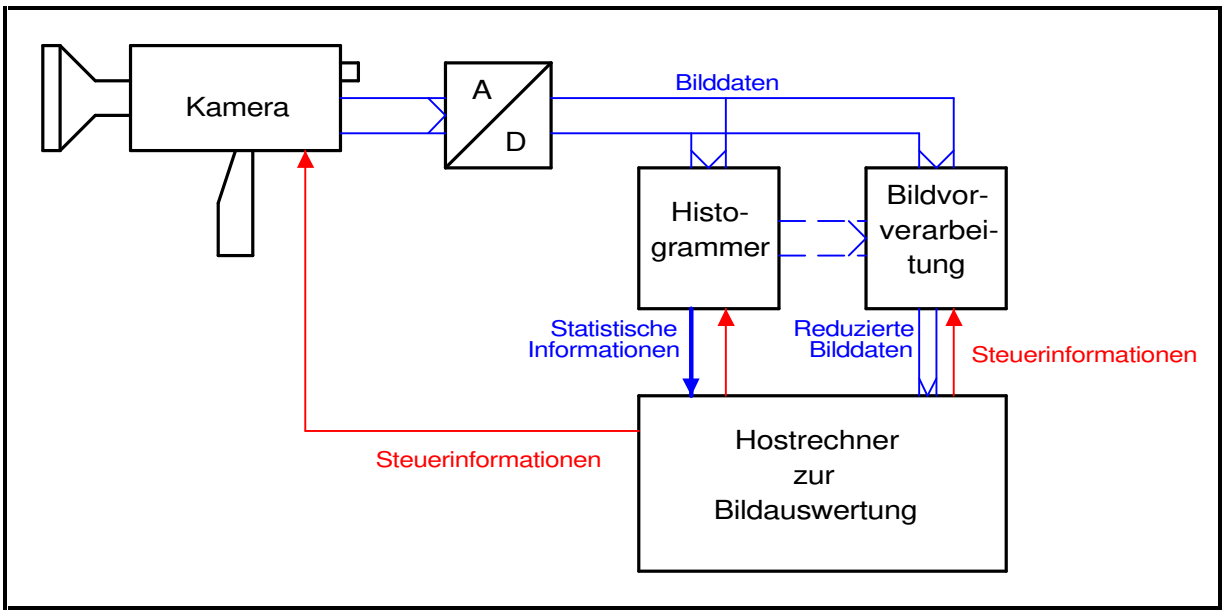


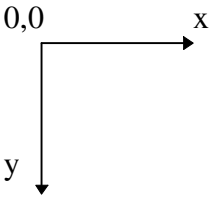
Abbildung 2.1: Aufbau eines Bildverarbeitungssystems

2.2 Konventionen zur Schreibweise und zur mathematischen Darstellung

In einer Arbeit wie dieser kommen naturgemäß viele englischsprachige Fachbegriffe vor. Dabei gibt es Begriffe, die im Fachjargon sehr gängig oder bereits eingedeutscht sind, und weniger geläufige Begriffe. Die gängigsten englischsprachigen Fachworte und Abkürzungen werden im Text nicht besonders hervorgehoben und wie deutsche Worte verwendet. Weniger gängige Begriffe werden in *Kursivdruck* dargestellt, wenn sie wie deutsche Worte verwendet werden, um den Text lesbarer zu machen.
Variablen und Konstrukte aus Programmiersprachen werden ebenfalls im Text kursiv hervorgehoben.

Mathematische Konventionen:

Verwendetes **Koordinatensystem**:
Gemäß der bei Computern und Kameras üblichen Adressierung des Bildes sollen die Koordinaten hier von links oben nach rechts unten aufsteigend definiert werden.



Mathematische Kürzel, Entsprechungen in Beispielprogrammen und Wertebereich:

n, m:	Bildbreite (*AufloesungX*) und Bildhöhe (*AufloesungY*)	$n,m \in \mathbf{N}$
G:	Grauwertauflösung (*Graustufen*): Anzahl der Graustufen	$G \in \mathbf{N} \mid G \geq 2$
g(x,y):	Grauwert an der Position (x,y)	$g(x,y) \in \{0, 1, ..., G-1\}$ $x \in \{0, 1, ..., n-1\}$ $y \in \{0, 1, ..., m-1\}$
h(i):	Grauwerthäufigkeit des Grauwertes i (*Hist[i]*)	$h(i) \in \{0, 1, ..., n*m\}$ $i \in \{0, 1, ..., G-1\}$
h'(i):	Normierte Grauwerthäufigkeit für Grauwert i	$0 \leq h'(i) \leq 1$ $\sum_{i=0}^{G-1} h'(i) = 1$
H(i):	Summenhäufigkeit: Summe aller Grauwerthäufigkeiten bis zum Grauwert i	$H(i) \in \{0, 1, ..., n*m\}$
s(r,c):	Cooccurence-Matrix: Nachbarschaftshäufigkeit der Grauwerte r und c	$s \in \mathbf{N}_0$ $r,c \in \{0,1, ..., G-1\}$
E(X):	Erwartungswert der stochastischen Größe X	

2.3 Histogramme

Hauptaufgabe eines Histogrammers ist, wie der Name nahelegt, die Erstellung von Histogrammen über digitalisierte Bilder. Eine wichtige Entscheidung ist dabei, ob Farbbilder bearbeitet werden sollen. Im folgenden werden Farbbilder nicht berücksichtigt, weil viele Bildverarbeitungssysteme keine Farbinformation benötigen. In Bildverarbeitungssystemen wird nach Möglichkeit nur mit Helligkeitswerten gearbeitet, da ein Farbbild wesentlich höhere Datenmengen benötigt als ein monochromes Bild, üblicherweise die dreifache Datenmenge bei

gleicher Bild- und Helligkeitsauflösung. Die Helligkeitswerte sollen vereinfachend auch Graustufen genannt werden, auch dann, wenn in Wirklichkeit beispielsweise ein Infrarotbild aufgenommen wird. Die Vorverarbeitung eines Farbbildes kann in vielen Fällen durch sequentielle oder parallele Ausführung der für ein Graubild benötigten Vorverarbeitung für jede der drei Grundfarben oder daraus berechneten Farb- und Helligkeitsvektoren geschehen. Hier soll zur Vereinfachung nur mit Grauwertbildern gearbeitet werden.

Ein Grauwerthistogramm ist eine diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Grauwerte eines Bildes. Es kann dargestellt werden als ein Vektor, dessen Dimension gleich der Anzahl der möglichen Grauwerte ist. Das Grauwerthistogramm *h* entsteht, indem für jeden der diskreten im Grauwertbild möglichen Grauwerte *i* gezählt wird, wie oft er innerhalb des Bildes *g*(*x,y*) vertreten ist.

$$h(i) = \sum_{\forall x} \sum_{\forall y} \delta\,(g(x, y) - i)$$

$\delta(x)$ ist die diskretisierte Dirac-Funktion: $\delta\,(x) = \begin{cases} 1 \mid x = 0 \\ 0 \mid x \neq 0 \end{cases}$

Man nennt eine solche Operation einen homogenen Prozeß, da alle Pixel als gleichwertig betrachtet werden.

Die aus einem Histogramm gewonnene Information kann zu Korrektur oder Normierung der Helligkeit oder des Kontrastes sowie zur Korrektur nichtlinearer Kamerakennlinien verwendet werden, ist aber auch für zentralere Aufgaben der Bildverarbeitung nützlich.

In der Bildverarbeitung werden meist Informationen darüber benötigt, welche Objekte sich wo innerhalb eines Bildes befinden. Die Verfahren zur Erkennung von Objekten innerhalb eines Bildes sind jedoch sehr rechenzeitaufwendig. Bevor mit solchen Verfahren versucht wird, innerhalb eines Bildes die gesuchten Objekte zu finden, kann anhand globaler, nicht positionsgebundener Informationen über das Bild, wie einem Histogramm, in vielen Fällen bereits entschieden werden, ob sich ein bestimmtes Objekt überhaupt innerhalb des Bildes befindet. Wird dabei festgestellt, daß beispielsweise der Grauwertbereich, in dem das gesuchte Objekt liegen müßte, im Histogramm kaum besetzt ist, lohnt sich eine Untersuchung des Bildes daraufhin nicht.

Eine Hauptanwendung von Histogrammen besteht in der Schwellwertfindung zur Binarisierung eines Bildes. Bei der Binarisierung werden alle Helligkeitswerte unterhalb einer gewissen Grenze auf 0 abgebildet und alle oberhalb der Grenze auf 1.

$$g'(x, y) = \begin{cases} 0 \mid g(x, y) < S \\ 1 \mid g(x, y) \geq S \end{cases}$$

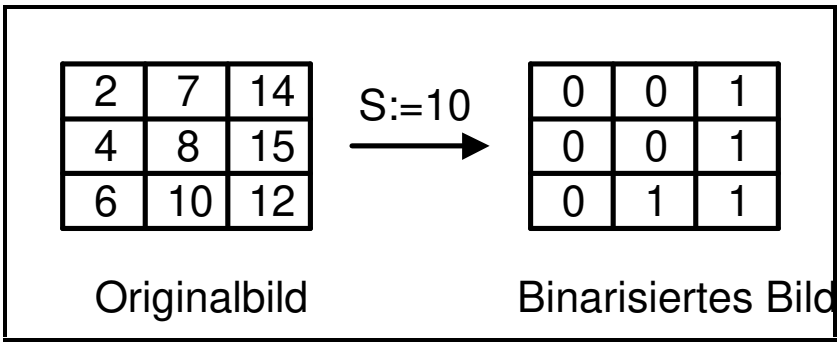


Abbildung 2.2: Beispiel für Binarisierung

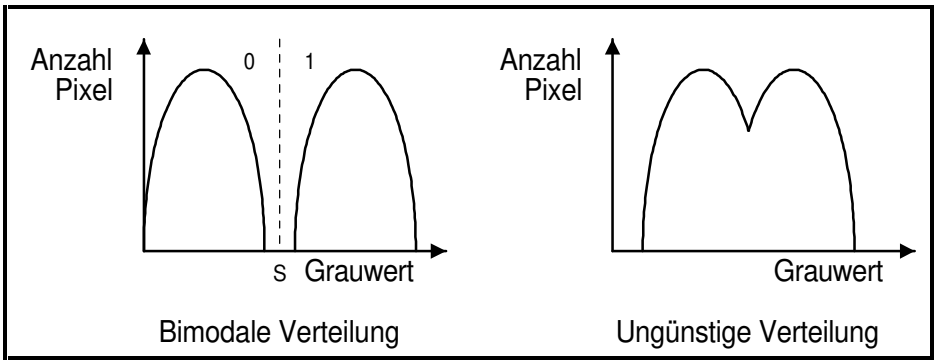


Abbildung 2.3: Schwellwertwahl über Histogramm

Dieses Verfahren erlaubt eine einfache Bereichssegmentierung und ist insbesondere in der industriellen Bildverarbeitung populär, da es hier meist möglich ist, für einen guten Kontrast zwischen den zu erkennenden Objekten und dem Hintergrund zu sorgen.
Die naheliegendsten Möglichkeiten zur Festlegung des Schwellwertes *S* sind es, entweder die Histogrammkurve auf ein Haupt-Minimum hin zu untersuchen und den Schwellwert in dieses zu legen oder auf Maxima hin zu untersuchen und den Schwellwert mittig oder gewertet zwischen die Maxima zu legen.
Anhand des über ein Bild aufgezeichneten Histogramms kann eine Aussage über den Flächenanteil vorhandener Helligkeitsstufen getroffen werden. Diese Eigenschaft kann zur Schwellwertfestlegung genutzt werden. Ist zum Beispiel ein ausgefüllter Vordruck durch das Bildverarbeitungssystem zu lesen, so kann anhand der von vornherein bekannten Information, einen wie großen Anteil des Bildes die Schrift einnimmt, eine Helligkeitsgrenze zwischen Schrift und Hintergrund festgelegt werden.
Ergibt sich ein Histogramm wie im rechten Diagramm in der Abbildung, so gelingt keine vollständige Trennung zwischen Objekten und Hintergrund. Der Grund dafür kann eine ungleichmäßige Ausleuchtung des Bildes sein. Zur Korrektur kann das Bild in mehrere Bereiche unterteilt und für jeden Bereich ein Schwellwert bestimmt werden.

Die Schwellwertbildung und anschließende Untersuchung binarisierter Bilder verringert den Rechen- und Speicheraufwand für jedes Bild sehr stark. Durch die Auswertung eines Histogramms für jedes Bild wird das Verfahren unempfindlicher gegenüber wechselnder Beleuchtungssituation der Szene als bei Verwendung fester Schwellwerte. Für komplexere Aufgaben werden oft mehrere Schwellwerte für jedes Bild oder unterschiedliche Schwellwerte für verschiedene Bildbereiche benötigt. Eine Übersicht zu Schwellwertverfahren findet sich in [28].

2.4 Egalisierung

Die Häufigkeitsverteilung der Helligkeitswerte eines in natürlicher Umgebung aufgenommenen Grauwertbildes ähnelt im allgemeinen einer Gaußschen Glockenkurve (Abbildung 2.4), d.h. der größte Flächenanteil hat mittlere Helligkeitswerte und nur wenige Bereiche sind extrem hell oder extrem dunkel. Zur Vereinfachung wird im folgenden nur auf Grauwertbilder Bezug genommen. Unter Grauwert soll hier die Helligkeit verstanden werden, d.h. ein höherer Grauwert bedeutet höhere Intensität.

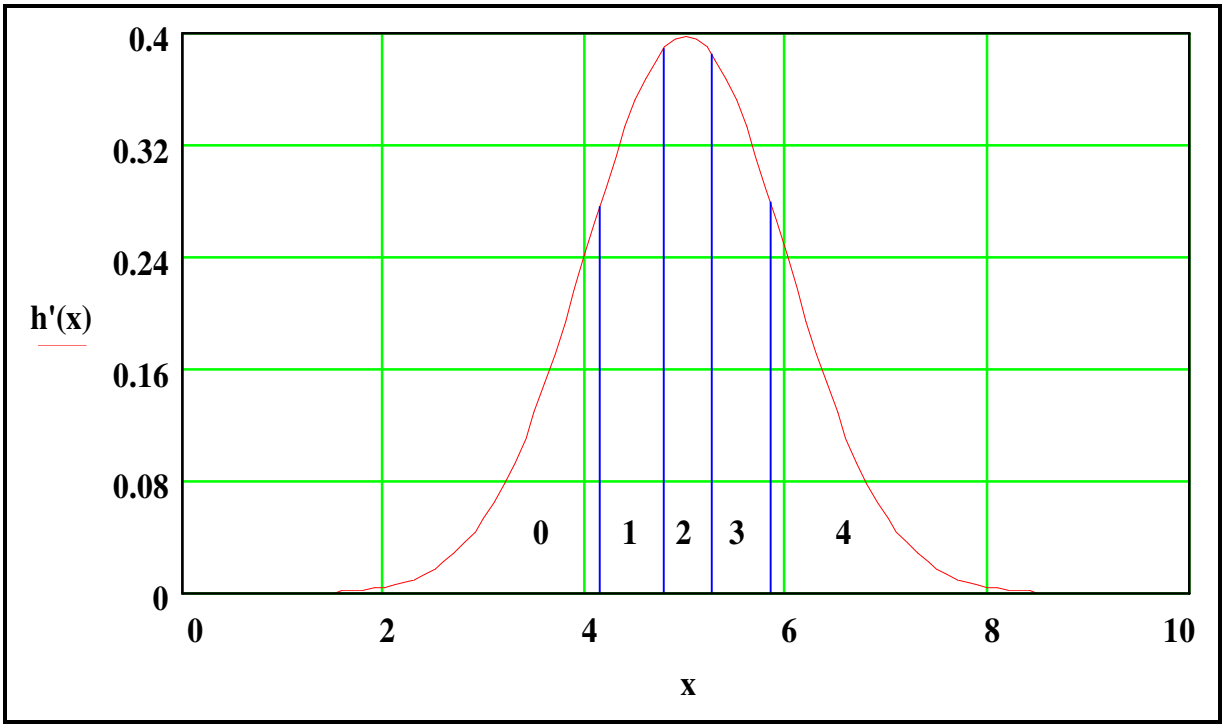


Abbildung 2.4: Gaußverteilung (Normalverteilung)

Die Egalisierung oder Histogrammeinebnung eines Bildes hat zum Ziel, durch bessere Ausnutzung der Grauwertskala die Bildwiedergabe zu verbessern. Dazu wird versucht, über das Gesamtbild eine Gleichverteilung der Grauwerte zu erreichen. Jeder Helligkeitswert soll einen gleichgroßen Flächenanteil zugeordnet bekommen. Dadurch wird Kontrast innerhalb des Bildes gleichmäßig verteilt.

Zur Egalisierung eines Grauwertbildes teilt man die Fläche unter dem Histogramm des Bildes durch Bildung von Abschnitten x_i auf der Helligkeitsachse in G gleichgroße Flächenelemente ein, wobei G die gewünschte Graustufenanzahl des egalisierten Bildes ist. Die Flächenelemente werden nun von links nach rechts aufsteigend durchnumeriert und damit jedem Helligkeitsbereich sein neuer Grauwert zugeordnet.
Im Beispiel ist G=5, x_0=0, x_1=4.16, x_2=4.75... .

Für jeden Abschnitt x_i bis x_{i+1} gilt im kontinuierlichen Fall:

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} h'(x)dx = \frac{1}{G} \qquad ; i \in \mathbf{N}_0 \mid 0 \le i \le G\text{-}1;\ x_i \in \mathbf{R} \mid 0 \le x_i$$

dabei ist $h'(x)$ das normierte Histogramm:

$$\int_0^{\infty} h'(x)dx = 1$$

weiterhin sei x_0=0.
Daraus folgt:

$$\int_{x_0}^{x} h'(x)dx = \frac{i}{G} \Rightarrow i(x) = G \cdot \int_{z=0}^{x} h'(z)dz \qquad ; x \in \{x_j \mid 0 \le j \le G\text{-}1\}.$$

Die Funktion $i(x)$ liefert Werte innerhalb des gewünschten Grauwertbreiches. Außerhalb der x_i muß der erhaltene Wert zur Diskretisierung auf den nächsten ganzzahligen Grauwert abgerundet werden.
Dies ist die Formel für die Egalisierung im kontinuierlichen Fall:

$$i_{neu}(x) = \left\lfloor G \cdot \int_{z=0}^{x} h'(z)dz \right\rfloor.$$

Die Egalisierung des Bildes geschieht durch eine Abbildung aller Grauwerte x des Originalbildes auf die neuen Grauwerte $i_{neu}(x)$. Die sich für das Beispiel ergebende normierte Transformationskurve für die Grauwertumsetzung ist das Integral $I(x)$ der Gaußverteilung (Abbildung 2.5).

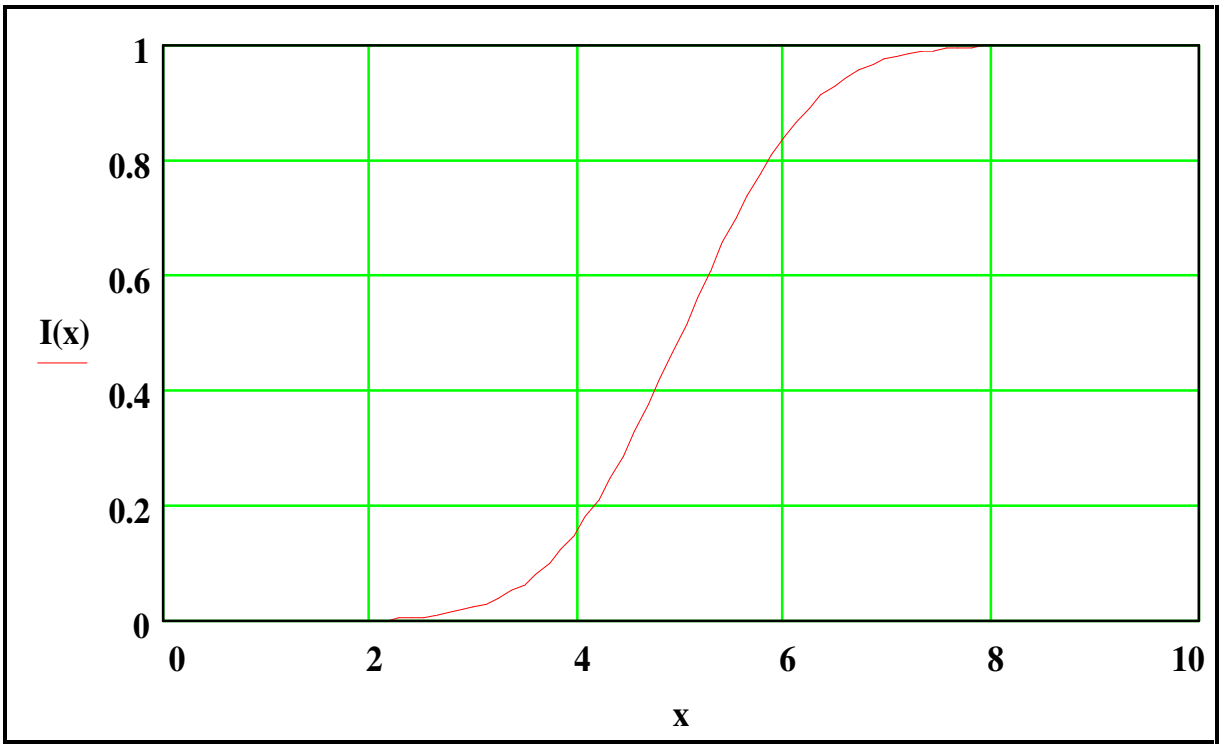


Abbildung 2.5: Integral der Gaußverteilung

Liegt auch das Originalbild bereits in diskreten Grauwerten vor, geht die Egalisierungsformel über in:

$$i(j) = \left\lfloor \frac{G}{n \cdot m + 1} \cdot \sum_{k=0}^{j} h(k) \right\rfloor$$

dabei ist j einer der Grauwerte des Originalbildes: $j \in \mathbf{N}_0 \mid 0 \le j \le G_{alt}\text{-}1$.

Die Erhöhung des Nenners um Eins dient der Beschränkung des Wertebereiches auf den Grauwertbereich.

In Bereichen des Originalbildes, die einen geringen Flächenanteil und einen hohen Kontrast haben, wird die Abstufung der Helligkeiten verkleinert, während sie in großen Bereichen mit geringem Kontrast erhöht wird. Geht man von festen diskreten Helligkeitsstufen aus, werden bei der Verkleinerung der Abstufung Helligkeitsstufen zusammengefaßt. Dadurch erhalten Bildbereiche, die im Originalbild unterschiedliche Helligkeitswerte haben, im egalisierten Bild die gleiche Helligkeit. Also geht Bildinformation verloren. In den Bereichen, in denen der Kontrast erhöht werden soll, müssen die Helligkeitsunterschiede zwischen den einzelnen Bereichen vergrößert werden. Da keine genauere Information über die zu vergrößernden Helligkeitsstufen vorhanden ist als die im Originalbild, können hier nur die vorhandenen Helligkeitsstufen im Bild weiter voneinander entfernte Grauwerte erhalten.

Anwendungen der Egalisierung sind Kontrastverbesserung für menschliche Betrachter und Herstellung einer optimalen Quantisierung:
Für den menschlichen Betrachter kann durch die Egalisierung aus einem verwaschen oder falsch belichtet wirkenden Bild ein scheinbar schärferes Bild werden, wenn eine ausreichende Anzahl von Quantisierungsstufen im Originalbild vorliegt. Die wesentlichen Bereiche des Bildes sind danach gut erkennbar.
Die Egalisierung eines Bildes liefert eine optimale Quantisierung. Der Informationsgehalt aller Werte eines optimal quantisierten Signals ist gleich hoch, da alle Werte die gleiche Häufigkeit aufweisen. Eine optimale Quantisierung herzustellen ist sinnvoll, bevor bestimmte Umcodierungen des Bildes vorgenommen werden. Eine solche Umcodierung ist die Reduktion der Grauwertauflösung und damit eine Verringerung der für das Bild benötigten Speicherkapazität. Da alle Helligkeitswerte im egalisierten Bild die gleiche Wahrscheinlichkeit haben, ist der Informationsverlust bei Reduktion der Grauwertauflösung minimal. Ein Beweis findet sich in [6].

Unter bestimmten Bedingungen führt die Egalisierung jedoch zu unerwünschten Ergebnissen:
Aufgrund der nur mit diskreter Genauigkeit bekannten Helligkeiten ist die Egalisierung oft nur sehr angenähert möglich. Insbesondere bei in industrieller Umgebung aufgenommenen Bildern sind starke Kontraste von vornherein erwünscht und dadurch machen oft nur wenige Graustufen den Großteil des Bildes aus. Zu unerwünschten Ergebnissen kann die Egalisierung des Bildes auch dann führen, wenn der größte Flächenanteil nicht von den zu erkennenden Werkstücken, sondern vom Hintergrund bestimmt wird, da dann geringfügige Unregelmäßigkeiten in der Helligkeit des Hintergrundes in scharfe Konturen umgewandelt werden.

Ein Beispielbild für Egalisierung ist in Anhang H beigefügt.

Für Bilder mit einer ausreichenden Anzahl unterschiedlicher Graustufen ergibt die oben hergeleitete Summenformel für die Egalisierung gute Ergebnisse. Zur weiteren Vereinfachung soll die Addition von Eins zu der Pixelanzahl entfallen und die Rundung durch eine Abrundung auf den nächst-niedrigeren gültigen Grauwert ersetzt werden (Egalisierung 1):

$$i(j_{alt}) = \left\lfloor \frac{G}{n \cdot m} \cdot \sum_{k=0}^{j_{alt}} h(k) \right\rfloor$$

$$GrauNeu(j_{alt}) = \begin{cases} i | i \le G-1 \\ G-1 \quad sonst \end{cases}$$

Ein für diskrete Graustufen optimierter Algorithmus zur Egalisierung kann (in PASCAL) entsprechend Listing 2.1 formuliert werden. Er erstellt die Transformationstabelle *GrauNeu(j)*, die jeden Grauwert *j* des alten Bildes auf den neuen Grauwert abbildet. Die Grauwerte werden mit Hilfe des Histogramms *Hist(j)* in jedem Fall so verteilt, daß nach Anwendung der Transformationstabelle auf das Bild der gesamte Bereich der Grauswertkala verwendet wird, auch dann, wenn bereits die erste Helligkeitsstufe im Originalbild hoch besetzt ist.

```
Summe:=0; j:=0; g:=0; n:=Graustufen;
PixProWert:=AufloesungX*AufloesungY/n;   {Sollgröße der Flächenelemente}
repeat
  Summe:=Summe+Hist[j];                  {Grauwerthäufigkeit aufsummieren}
  GrauNeu[j]:=g;                         {alter Grauwert -> neuer Grauwert}
  while Summe>=PixProWert do begin       {Chip-gemäße Division mit Rest}
    if g<n-1 then g:=g+1;                { als Schleife. Nächster Grauwert}
    Summe:=Summe-PixProWert;             {Insgesamt genau n Durchläufe.}
  end;
  j:=j+1;                                {Nächster Originalbild-Grauwert}
until i>Histogrammende;
```

Listing 2.1: Egalisierung 2

Beispiellauf: Egalisierung eines 4∗4 Bildes mit 8 Graustufen:

Die folgende Tabelle zeigt für ein angenommenes Beispielbild, wie die Algorithmen (Egalisierung 1 und Egalisierung 2) die Grauwertzuordnung verändern.
Die Tabelle soll anhand eines Beispiels erklärt werden:
Im Beispiel gibt es drei Punkte mit dem Helligkeitswert Fünf. Diese Punkte bekommen von Algorithmus 1 die Helligkeit Sieben zugeordnet.

Grauwert (i), [Hist[i]]	0 [0]	1 [1]	2 [2]	3 [5]	4 [4]	5 [3]	6 [1]	7 [0]
Egalisierung 1: GrauNeu[i]	0	0	1	4	6	7	7	7
Egalisierung 2: GrauNeu[i]	0	0	0	1	4	6	7	7

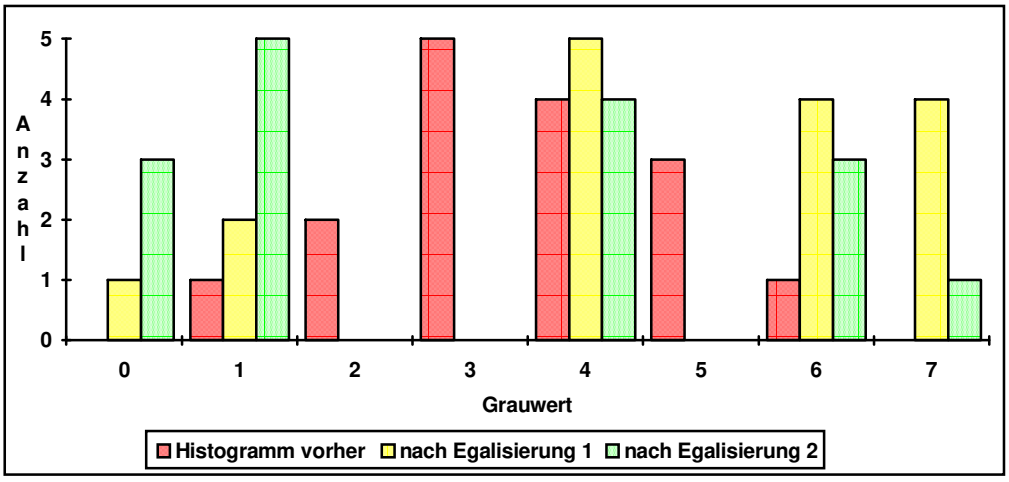


Abbildung 2.6: Beispiel für Egalisierung

Beide Algorithmen erreichen hier eine Kontrasterhöhung im Bereich der im Originalbild am häufigsten verwendeten Graustufen. Im Beispiel äußert sich der Unterschied zwischen beiden

Algorithmen in einer Verschiebung der Grauwertzuordnung. Man erkennt, daß eine Histogrammeinebnung nur im Mittel erreicht wird, da nur Umverteilung oder Addition der Grauwerthäufigkeiten möglich ist, aber keine Reduktion überdurchschnittlich häufig vertretener Graustufen.

2.5 Cooccurence-Matrix

Zum Aufgabengebiet eines Histogrammers zählen alle Arten statistischer Analysen der Bildmatrix. Dazu gehört auch die Erstellung einer Cooccurence-Matrix.
Die Cooccurence-Matrix, auch Spatial Greylevel Dependance-Matrix (SGLD) oder Grauwertübergangsmatrix genannt, ist ein typisches Werkzeug der Texturanalyse [9,2,3]. Unter Textur versteht man die Strukturierung der Grauwertmatrix. Ziel der Texturanalyse ist es, geeignete Merkmale zu finden, anhand derer Texturen identifiziert werden können. Beispielsweise sollen Kriterien gefunden werden, anhand derer Schüttgut unterschiedlicher Körnung, Stoffe unterschiedlicher Feinheit oder unterschiedliche Muster unterschieden werden können. Sehr einfache solche Merkmale sind der lokale Mittelwert und die lokale Varianz der Grauwerte innerhalb des fraglichen Bereiches. Differenziertere Kriterien liefert die Cooccurence-Matrix, die eine Beschreibung der Grauwertverhältnisse in der Umgebung der jeweilig aktuellen Pixel enthält.
Dazu wird für jedes Pixel innerhalb des zu untersuchenden Bildausschnittes eine zuvor festgelegte Menge von Nachbarpixeln untersucht. Einfache solche Nachbarschaftsbeziehungen sind beispielsweise „ist rechts von“ oder „ist links unten von“. Diese Beziehungen und die Bildung der Cooccurence-Matrix aus dem Ursprungsbild dafür seien anhand eines Beispiels verdeutlicht (Abbildung 2.7: Beispiel für Cooccurence-Matrizen). Die Abbildung zeigt ein (8*8) Grauwertbild sowie zwei Matrizen für die genannten Nachbarschaftsbeziehungen. Um das Auszählen der Nachbarschaftshäufigkeiten zu vereinfachen, ist das Ursprungsbild in vier Bereiche unterschiedlicher Grauwerte unterteilt.

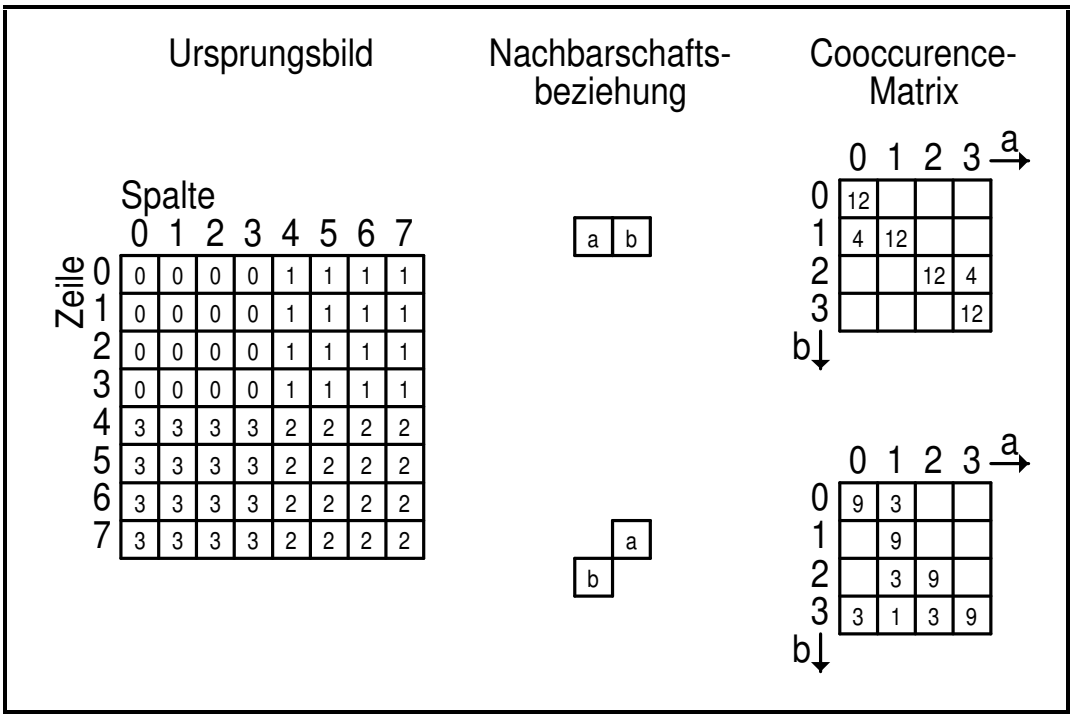


Abbildung 2.7: Beispiel für Cooccurence-Matrizen

Die Anzahl der Zeilen und Spalten der Cooccurence-Matrizen entspricht der Grauwertauflösung des Ursprungsbildes (hier vier Stufen). Jedem Grauwert *a* (Spalte) wird durch die Matrix zugeordnet, wie oft er im gegebenen Bild mit dem Grauwert *b* (Zeile) in der Nachbarschaftsrelation steht.

Die Operationen zur Bildung der Cooccurence-Matrix sind sehr einfach. Ähnlich wie beim Histogramm muß nur gezählt werden, wie oft zwei Helligkeitswerte gemäß einer Nachbarschaftsrelation benachbart sind. Der Speicherbedarf für die Matrix wird jedoch bei steigender Grauwertauflösung sehr groß. Bei 10 Bit sind eine Million ($2^{10}*2^{10}$) Worte in für die Bildauflösung ausreichender Breite erforderlich. Eine so große Ergebnismatrix ist allerdings weder sinnvoll noch notwendig. Deshalb kann für die Erstellung der Matrix mit weitaus geringerer Grauwertauflösung gearbeitet werden. Bei einer Halbierung der Grauwertauflösung auf 5 Bit sind nur noch 1024 Worte erforderlich und es findet die (zumeist) gewünschte Reduktion der Datenmenge statt.

Wird die Cooccurence-Matrix als Bild dargestellt, indem die Häufigkeiten als Grauwerte interpretiert werden, ergibt sich meist eine ellipsenähnliche Gestalt. Die Hauptdiagonale der Matrix ist am stärksten besetzt, da die Wahrscheinlichkeit zwei gleiche Grauwerte nebeneinander zu finden im allgemeinen am höchsten ist. Das Ausmaß der Abweichungen von der Diagonalen, also die Breite der Ellipse, hängt davon ab, wie sprunghaft die Grauwertübergänge im Bild sind. Je fließender die Übergänge sind, desto schmaler ist die Ellipse.

Ein Beispielbild findet sich in Anhang H.

Das Cooccurence-Verfahren führt ähnlich einer Fourier-Transformation das Bild in eine andere Darstellung über. Aus dieser Darstellung können einfach weitere statistische Größen wie Energie, Kontrast, Entropie und Homogenität gewonnen werden. Die Berechnung dieser Größen wird im folgenden Kapitel gezeigt. Anhand dieser Größen kann dann eine Klassifizierung der zu unterscheidenden Texturen vorgenommen werden.

2.6 Statistische Informationen

Wie bei der Auswertung der Cooccurence-Matrix bereits angedeutet, lassen auch statistische Informationen in Form einzelner Größen Schlüsse über den Bildinhalt zu oder sind bei der Auswertung von Histogramm oder Cooccurence-Matrix hilfreich. Sowohl über die Original-Bilddaten als auch über Cooccurence-Matrizen gibt es eine Anzahl von in der Bildverarbeitung häufig benötigten statistischen Größen. Je nach Größe der zu betrachtenden Objekte im Bild ist es notwendig, auch die Statistikwerte nur über Bildausschnitte zu erzeugen. In der Literatur finden sich teilweise voneinander abweichende Definitionen dieser Größen.
Da die Bildverarbeitung nicht Aufgabe dieser Diplomarbeit ist, sollen die Statistikgrößen nur angeführt und kurz beschrieben werden. Es werden jedoch unterschiedliche Möglichkeiten zur Berechnung angeführt, da zu entscheiden ist, welche dieser Statistikgrößen der Histogrammer bilden können soll.
Weitergehende Erklärungen der Statistikgrößen und Anwendungsbeispiele finden sich in [8,3,9]. Eine Zusammenstellung von Statistikgrößen aus solcher Literatur wurde im wesentlichen dem MAZ-Arbeitspapier [24] entnommen.

2.6.1 Statistik zum Histogramm

Aus den Bilddaten oder auch aus dem zugehörigen Histogramm können die Größen Minimum, Maximum, Mittelwert, Varianz, Energie, Entropie und Schwellensumme berechnet werden. Die Grauwerte der Pixel eines Bildes werden dabei als stochastische Zufallsgröße betrachtet.
Definition der statistischen Größen zum Histogramm:

Minimum: $g_{\min} = \min\{h(i)\}$

Das Minimum gibt an, welchen Grauwert der dunkelste im Bild vorkommende Punkt hat.

Maximum: $g_{\max} = \max\{h(i)\}$

Das Maximum gibt an, welchen Grauwert der hellste im Bild vorkommende Punkt hat.

Mittelwert: $\mu = E(i) = \sum_{\forall i} i \cdot h'(i) = \frac{1}{n \cdot m} \cdot \sum_{\forall i} [i \cdot h(i)] = \frac{1}{n \cdot m} \cdot \sum_{\forall x} \sum_{\forall y} g(x, y)$

Der Mittelwert der Grauwerte des Bildes entspricht dem Erwartungswert für den Grauwert jedes Pixels. Er sagt aus, ob das Bild insgesamt heller oder dunkler ist.

Varianz:

$$
\begin{aligned}
V(i) = \sigma^2 = E[(i-\mu)^2] &= \sum_{\forall i} [(i-\mu)^2 \cdot h'(i)] = \frac{1}{n \cdot m} \cdot \sum_{\forall i} [(i-\mu)^2 \cdot h(i)] \\
&= \frac{1}{n \cdot m} \cdot \sum_{\forall x} \sum_{\forall y} [g(x, y) - \mu]^2 \\
&= \frac{1}{n \cdot m} \cdot \sum_{\forall x} \sum_{\forall y} [g^2(x, y) - 2\mu * g(x, y) + \mu^2] \\
&= \frac{1}{n \cdot m} \cdot \sum_{\forall x} \sum_{\forall y} g^2(x, y) - \frac{2\mu}{n \cdot m} \cdot \sum_{\forall x} \sum_{\forall y} g(x, y) \\
&+ \frac{1}{n \cdot m} \cdot \sum_{\forall x} \sum_{\forall y} \mu^2 \\
&= [\frac{1}{n \cdot m} \cdot \sum_{\forall x} \sum_{\forall y} g^2(x, y)] - \mu^2 \\
&= E(i^2) - (E(i))^2 = E(i^2) - \mu^2
\end{aligned}
$$

Die Varianz V gibt die mittlere quadratische Abweichung der Grauwerte vom Erwartungswert innerhalb des Bildes an. Sie ist das Quadrat der Standardabweichung σ. Die Varianz liefert eine Aussage über den Kontrast des Bildes. Ein homogenes Bild hat eine Varianz von 0. Die Berechnung läßt sich wie gezeigt über die binomische Formel auf die Differenz aus quadratischem Mittelwert und Quadrat des Mittelwertes zurückführen. Beide Größen können einfach direkt aus den Bilddaten gewonnen werden.

Energie: $e = \sum_{\forall i} h^2(i)$

Die Energie eines Histogramms ist ein Maß für die Abweichung von der Gleichverteilung der Grauwerthäufigkeiten. Eine hohe Energie bedeutet, daß große Flächen innerhalb des Bildes mit nur wenigen unterschiedlichen Grauwerten besetzt sind. Dies ist nicht die Lichtenergie des Bildes!

Entropie: $$H = \frac{1}{n \cdot m} \sum_{\forall i} [h(i) \cdot \log_2 \frac{1}{h'(i)}] \quad = \sum_{\forall i} [h'(i) \cdot \log_2 \frac{1}{h'(i)}]$$
$$= -\sum_{\forall i} [h'(i) \cdot \log_2 h'(i)]$$

Die Entropie *H* ist ein Maß für den mittleren Informationswert jedes Pixels. Die Einheit der Entropie ist Bit/Pixel. Die Entropie kann verwendet werden, um abzuschätzen, wie stark ein Bild bestenfalls ohne Informationsverlust komprimiert werden kann. Ein homogenes Bild hat eine Entropie von *H*=0, ein Binärbild mit gleicher Wahrscheinlichkeit für beide Werte (0 und 1) *H*=1.

Anisotropie-koeffizient: $$\alpha = \frac{-\sum_{i=0}^{k} [h'(i) \cdot \log_2 h'(i)]}{H}$$

Dabei ist k der kleinste Grauwert für den gilt:

$$\sum_{i=0}^{k} h'(i) \geq 0.5$$

Der Anisotropiekoeffizient α ist ein Indikator für die Symmetrie eines Histogramms. Zu beachten ist, daß der Zähler nichts anderes ist, als die Entropie des Histogramms bis zum Grauwert *k*. Symmetrische Histogramme wie beispielsweise die Gauß'sche Glockenkurve haben einen Anisotropiekoeffizienten von 0.5. Eine Abweichung von diesem Wert ist ein Hinweis auf eine Asymmetrie. Der Anisotropiekoeffizient kann verwendet werden, um die Bimodalität (gute Binarisierbarkeit) zu untersuchen.

Schwellensumme: $$S = \sum_{i=s}^{G-1} i \cdot h(i) = \sum_{i=s}^{G-1} (\sum_{\forall x} \sum_{\forall y} \delta [g(x, y) - i])$$

Die Schwellensumme *S* gibt die Anzahl der Pixel mit einem Grauwert von mindestens *s* innerhalb des Bildes an. Anhand der Schwellensumme kann geprüft werden, ob der für die Binarisierung eines Bildes gewählte Schwellwert noch zu den Annahmen über den Anteil von Hintergrund und Vordergrund paßt (vgl. Kap. 2.3).

2.6.2 Statistik zur Cooccurence-Matrix

Auch zur Cooccurence-Matrix gibt es ähnliche statistische Größen wie zum Histogramm. Sinnvolle Größen sind Energie, Entropie, Kontrast und Homogenität. Diese Größen können zur Klassifizierung von Texturen verwendet werden. Auf eine Normierung der Cooccurence-Matrix wurde hier bewußt verzichtet, da diese Statistikwerte in erster Linie zu Vergleichszwecken bei gleichen Rahmenbedingungen dienen.
Definition der statistischen Größen zur Cooccurence-Matrix:

Energie: $$e = \sum_{\forall r} \sum_{\forall c} s^2(r, c)$$

Die Energie der Cooccurence-Matrix für eine Nachbarschaftsrelation ist ein Maß für die Abweichung der Benachbarungshäufigkeiten von einer Gleichverteilung. Eine hohe Energie bedeutet, daß ein stark strukturiertes Bild vorliegt.

Entropie: $$H = \sum_{\forall r} \sum_{\forall c} s(r,c) \cdot \log_2[s(r,c)]$$

Die Entropie ist ein Maß für den mittleren Informationswert jedes Eintrages der Matrix.

Kontrast: $$c = \sum_{\forall r} \sum_{\forall c} (r-c)^2 \cdot s(r,c)$$

Der Kontrast ist ein Maß für die Größe der Helligkeitsunterschiede zwischen den bezüglich der Nachbarschaftsrelation benachbarten Pixeln innerhalb des Bildes. Für den Kontrast finden sich in der Literatur unterschiedliche Definitionen [8].

Homogenität: $$h = \sum_{\forall r} \sum_{\forall c} \frac{s(r,c)}{1+|r-c|}$$

Die Homogenität ist ein Maß für die Gleichförmigkeit des Bildes bezüglich der Nachbarschaftsrelation. Die Einträge der Cooccurence-Matrix werden dazu umgekehrt proportional zu ihrem Abstand von der Diagonalen gewertet. Bei geringem Kontrast ist die Homogenität hoch.

Diese Statistikgrößen sollen für das Beispiel aus Kapitel 2.5 (Kachelmuster, Abbildung 2.7) und für ein Zufallsbild gleicher Größe und Grauwertauflösung (Abbildung 2.8) für die Relation „ist rechts von“ verglichen werden:

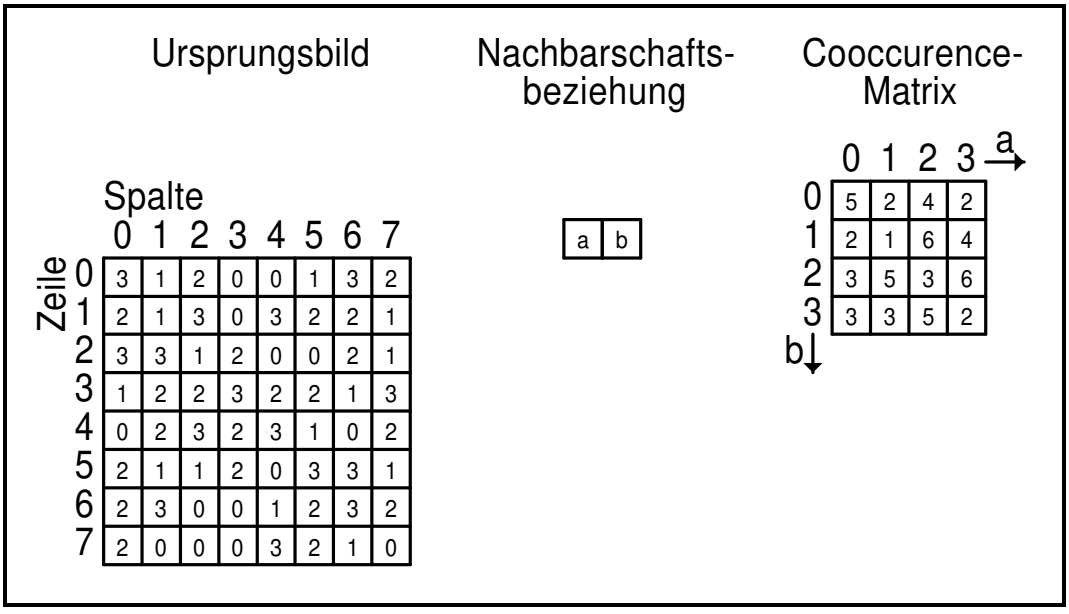


Abbildung 2.8: Zufallsbild und Cooccurence-Matrix