64-041 Übung Rechnerstrukturen und Betriebssysteme

Aufgabenblatt 6 Ausgabe: 17.11., Abgabe: 24.11. 24:00

Gruppe	
Name(n)	Matrikelnummer(n)

Aufgabe 6.1 (Punkte 10+10)

Codierung: Die 26 Kleinbuchstaben des Alphabets sollen in einem zyklisch-einschrittigen Binärcode „durchgezählt“ werden.

(a) Entwickeln Sie einen Code mit dem rekursiven Verfahren aus der Vorlesung.

(b) Kann man den Code so erweitern, dass auch das Leerzeichen mit codiert wird? Wenn ja, geben Sie eine gültigen Code an. Wenn nein, begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 6.2 (Punkte 5+5)

Fano-Codierung: In der Vorlesung wurde die Fano-Codierung für die Urbildmenge $\{A, B, C, D\}$ mit den Wahrscheinlichkeiten $\{0.45, 0.1, 0.15, 0.3\}$ entwickelt. Jemand kommt auf die Idee, statt der dort gewählten Aufteilung $\{A\}$ und $\{D, C, B\}$ die folgende zu wählen: $\{A, B\}$ und $\{C, D\}$, die ebenfalls die Bedingung erfüllt, dass die Wahrscheinlichkeiten möglichst gleichmäßig auf beide Mengen verteilt sind.

(a) Welche Codierung erhält man dann für die einzelnen Symbole und welche mittlere Codewortlänge ergibt sich?

(b) Was hat diese Person möglicherweise falsch verstanden?

Aufgabe 6.3 (Punkte 20+5+5+5)

Optimale Codierung: Die folgenden 12 Symbole a_i sind mit ihren Wahrscheinlichkeiten $p(a_i)$ in der Tabelle angegeben:

a_i	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l
$p(a_i)$	0,12	0,03	0,05	0,3	0,02	0,05	0,1	0,02	0,03	0,1	0,12	0,06

(a) Bilden Sie einen Huffman-Baum und geben sie die zugehörige Codierung der Symbole an.

(b) Wie groß ist der mittlere Informationsgehalt (die Entropie) H?

(c) Welche mittlere Codewortlänge H_0 ergibt sich?

(d) Wie groß ist die Redundanz ($H_0 - H$) ihres Codes?

Aufgabe 6.4 (Punkte 5+5+5)

Informationstheorie: Wir betrachten einen Würfel.

(a) Geben Sie die Entropie an für einen Wurf mit dem unpräparierten Würfel, d.h. alle Zahlen treten gleich oft auf. (Formel und Zahlenwert)

(b) Die Würfel sei jetzt so präpariert, dass eine 6 mit der Wahrscheinlichkeit $0,25$ auftritt und die anderen Zahlen mit der Wahrscheinlichkeit $0,15$. Berechnen Sie wieder die Entropie.

(c) Was ist der größte Wert für die Entropie, der bei verschiedenen Wahrscheinlichkeiten für die einzelnen Zahlen überhaupt auftreten kann? Es genügt die Angabe des Zahlenwerts, d.h. das Ergebnis muss nicht hergeleitet werden.

Aufgabe 6.5 (Punkte 10+10)

Hamming-Code: Entsprechend dem Schema aus der Vorlesung wird ein (7,4)-Hamming-Code gebildet, der Einzelbitfehler korrigieren kann. Die vier Informationsbits (d_i) werden um drei Prüfbits (p_j) ergänzt und bilden ein Codewort C ($c_1 \ldots c_7$). Mit Hilfe der x_i lässt sich dann der (eine) Einzelbitfehler lokalisieren.

Codewortstelle	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7
Bedeutung	p_1	p_2	d_1	p_3	d_2	d_3	d_4
Prüfgruppe 1	*		*		*		*
Prüfgruppe 2		*	*			*	*
Prüfgruppe 3				*	*	*	*

$$p_1 = d_1 \oplus d_2 \oplus d_4 \qquad x_a = c_1 \oplus c_3 \oplus c_5 \oplus c_7$$
$$p_2 = d_1 \oplus d_3 \oplus d_4 \qquad x_b = c_2 \oplus c_3 \oplus c_6 \oplus c_7$$
$$p_3 = d_2 \oplus d_3 \oplus d_4 \qquad x_c = c_4 \oplus c_5 \oplus c_6 \oplus c_7$$

(a) Bilden Sie alle gültigen Codeworte C des Codes. Wie viele gibt es?

(b) Angenommen Sie haben als Codewort $C = 1010111$ empfangen. Welches Bit wurde bei der Datenübertragung verfälscht und was ist das korrigierte c_i? Zeigen Sie dabei genau, wie der Einzelbitfehler lokalisiert und korrigiert werden kann.