



Aufgabenblatt 8 Ausgabe: 04.12., Abgabe: 11.12. 24:00

Gruppe	
Name(n)	Matrikelnummer(n)

Aufgabe 8.1 (Punkte 5+10+10)

Boolesche Funktionen:

- (a) Wie viele Boole'sche Funktionen $f(x_3, x_2, x_1, x_0)$ von 4 Variablen gibt es?
- (b) Sei M_4 die Menge aller Boole'schen Funktionen $f(x_3, x_2, x_1, x_0)$ von 4 Variablen, für die gilt $f(x_3, x_2, x_1, x_0) = f(\pi(x_3, x_2, x_1, x_0))$ für jede Permutation π der Variablen.

Ein Beispiel ist $f(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_3 \oplus x_2 \oplus x_1 \oplus x_0$. So geht die Funktion bei jeder Vertauschung der Variablen in sich selbst über, wenn man die Kommutativität der XOR-Verknüpfung berücksichtigt. Die Funktion $f(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_3 \oplus x_0$ dagegen liegt offenbar nicht in M_4 , weil beispielsweise $f(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_3 \oplus x_1 \neq x_3 \oplus x_0$ ist. Man kann zeigen, dass bei n Variablen 2^{n+1} Funktionen in der Menge M_n liegen.

Geben Sie fünf weitere Boole'sche Funktionen in disjunktiver Minimalform an, die in der Menge M_4 liegen.

- (c) Wie viele Boole'sche Funktionen $f(x_3, x_2, x_1, x_0)$ von 4 Variablen gibt es, wenn als Funktionswert neben 0 und 1 auch noch * (*Don't Care*) zugelassen ist? Wie lautet die allgemeine Formel für n Variablen?

Aufgabe 8.2 (Punkte 10+10)

2:1-Multiplexer: Wir betrachten den 2:1-Multiplexer mit Steuereingang s und Dateneingängen a_1 und a_0 , also $MUX(s, a_1, a_0) = (s a_1) \vee (\bar{s} a_0)$.

- (a) Geben Sie eine Schaltung nur aus (mehreren) 2:1-Multiplexern an, die einen 1-bit Volladdierer mit den Eingängen a, b und Carry-in c_i , sowie den beiden Ausgängen s für Summe und c_o für Carry-out realisiert. Wir nehmen dazu an, dass die Variablen sowohl direkt als auch invertiert zur Verfügung stehen, also a und \bar{a} .
- (b) Geben Sie die Schaltung in HADES ein und simulieren Sie die Eingaben. Anders als in (a) werden invertiert benötigte Signale mit *INV*-Gattern erzeugt. Geben Sie das Schaltbild und die Impulsdiagramme der Simulation ab.

Aufgabe 8.3 (Punkte 10+5+5+5+10)

Entwurf einer Schaltung: In einer Fabrikhalle stehen vier Motoren mit der folgenden Leistungsaufnahme in Kilowatt.

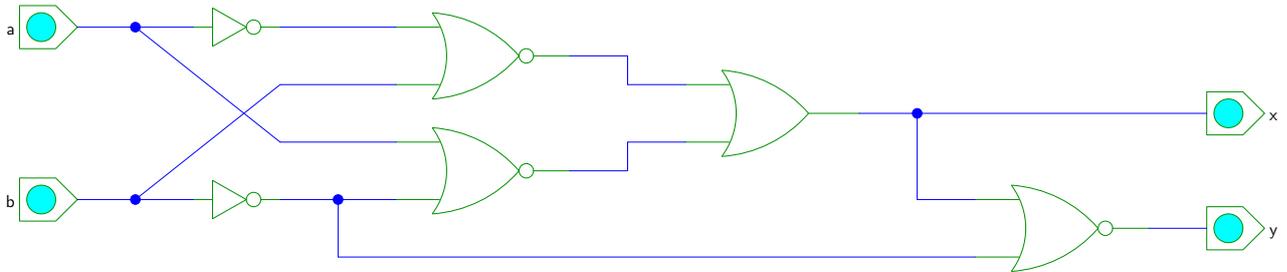
Motor	Leistungsaufnahme [KW]
x_0	2
x_1	5
x_2	1
x_3	3

Entwerfen Sie ein Schaltnetz mit einem Ausgang y zur Leistungsüberwachung der Motoren. Der Ausgang y soll genau dann den Wert 1 annehmen, wenn dem Stromnetz durch die eingeschalteten Motoren mehr als 6 KW entnommen werden.

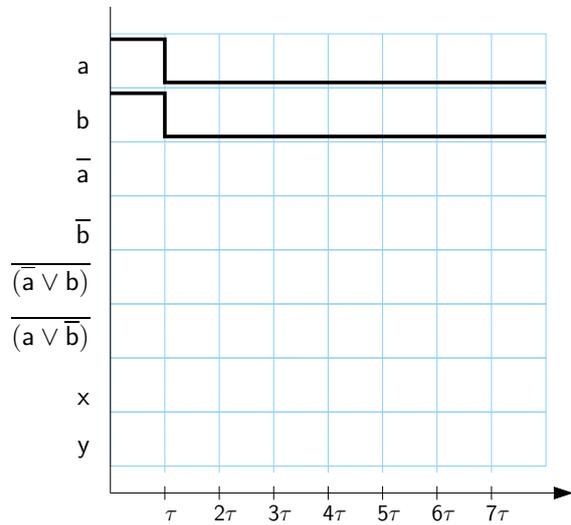
- Erstellen Sie die Funktionstabelle für das Schaltnetz. Verwenden Sie die Variablen $\{x_3, x_2, x_1, x_0\}$, wobei der Wert 1 für einen eingeschalteten Motor und der Wert 0 für einen abgeschalteten Motor steht.
- Übertragen Sie die Funktionstabelle in ein KV-Diagramm und zeichnen Sie dort die Schleifen einer Minimalform ein.
- Wie heißt die zugehörige Schaltfunktion $f(x_3, x_2, x_1, x_0) = y$?
- Erstellen Sie den HADES Schaltplan für y .
- Zeichnen Sie ein ROBDD (*Reduced Ordered Binary Decision Diagram*) der Schaltung. Die Reihenfolge der Variablen sei: x_0, x_1, x_2, x_3 .

Aufgabe 8.4 (Punkte 5+5+5+5)

Hazards: Wir untersuchen das Zeitverhalten der folgenden Schaltung mit den beiden Eingängen a und b und den zwei Ausgängen x und y . Zur Vereinfachung nehmen wir an, dass alle Gatter beim Umschalten die gleiche Verzögerung von jeweils einer Zeiteinheit aufweisen.



- (a) Vervollständigen Sie die Impulsdiagramme für den angegebenen Verlauf der Eingangssignale a und b .
- (b) Was passiert, wenn bereits vor dem Zeitpunkt $t=0$ die Werte $a=1$ und $b=1$ anlagen? Zeichnen Sie dazu ein zweites Impulsdiagramm. Welche Hazard-Typen treten an den Ausgängen x and y auf?



- (c) Vervollständigen Sie die Impulsdiagramme für den angegebenen Verlauf der Eingangssignale a und b .
- (d) Was passiert, wenn bereits vor dem Zeitpunkt $t=0$ die Werte $a=1$ und $b=0$ anlagen? Zeichnen Sie dazu ein zweites Impulsdiagramm. Welche Hazard-Typen treten an den Ausgängen x and y auf?

