Grundlagen der Regelungstechnik

Dr.-Ing. Georg von Wichert
Siemens AG, Corporate Technology, München

Wiederholung vom letzten Mal

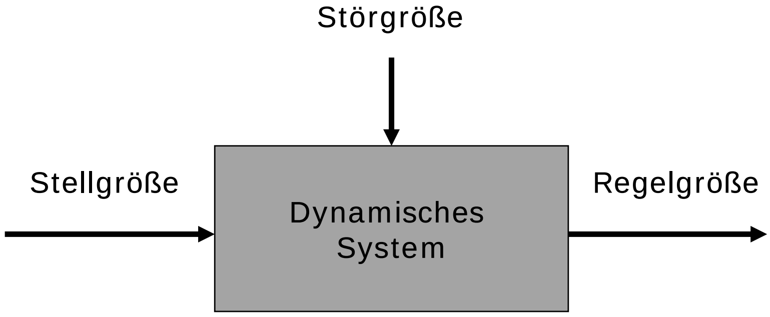
Einführung

Regelungstechnik:

- Lehre von der gezielten Beeinflussung dynamischer Systeme

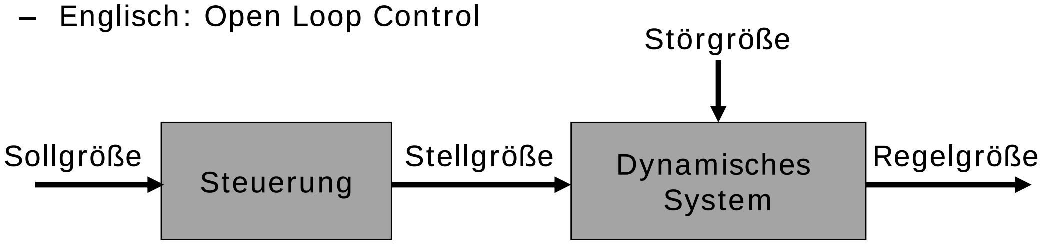
- Gezielte Beeinflussung!
  - Die Regelgröße soll einen von uns bestimmten Wert annehmen
  - Beeinflussung über Stellgröße

- Zwei Möglichkeiten
  - Steuerung
  - Regelung

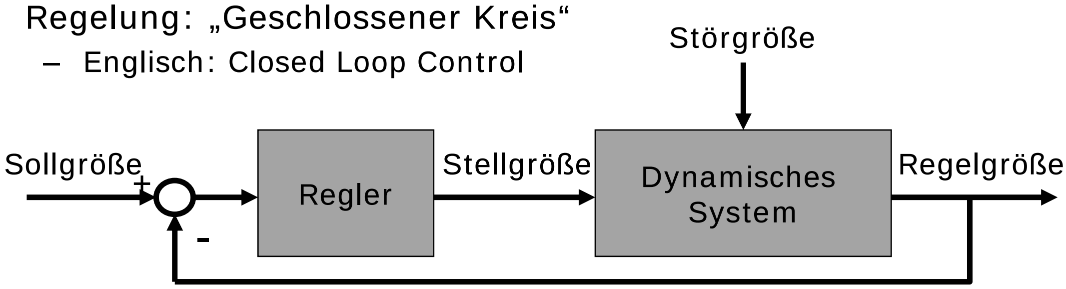


Steuerung vs. Regelung

- Steuerung: „Offener Kreis“
  - Englisch: Open Loop Control

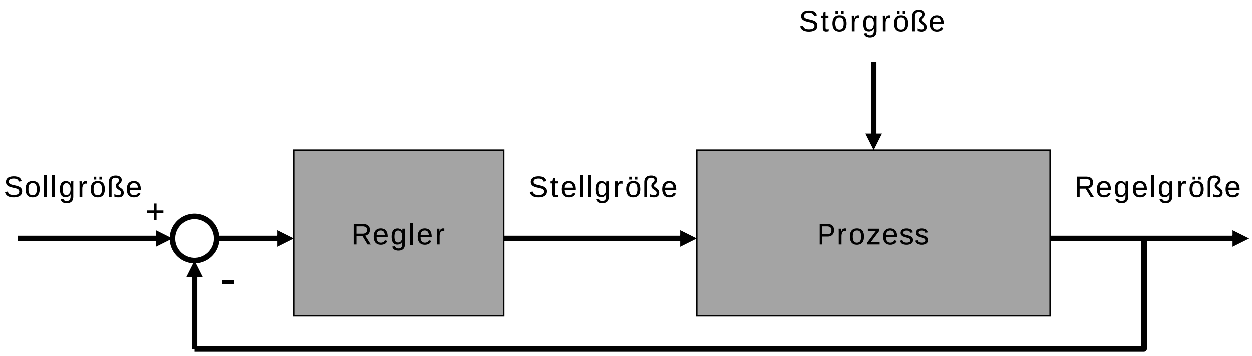


- Regelung: „Geschlossener Kreis“
  - Englisch: Closed Loop Control



Regelungstechnik - Dynamische Systeme

- Regelungstechnik beschäftigt sich mit dynamischen Systemen
- Der Prozess ist immer ein dynamisches System
- Der Regler ist (fast) immer ein dynamisches System
- Der geschlossene Regelkreis ist ein dynamisches System



Modellierung dynamischer Systeme

Dynamisches System:

- System, das einer zeitlichen Änderung unterliegt
- Wie beschreibt man ein dynamisches System?
  - Differentialgleichung
- Aufstellen der Systemgleichnungen
  - Physikalische Zusammenhänge

Beispiel: Segelboot in laminarer Strömung

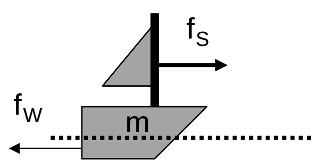
Masse: m

Antriebskraft: f_S

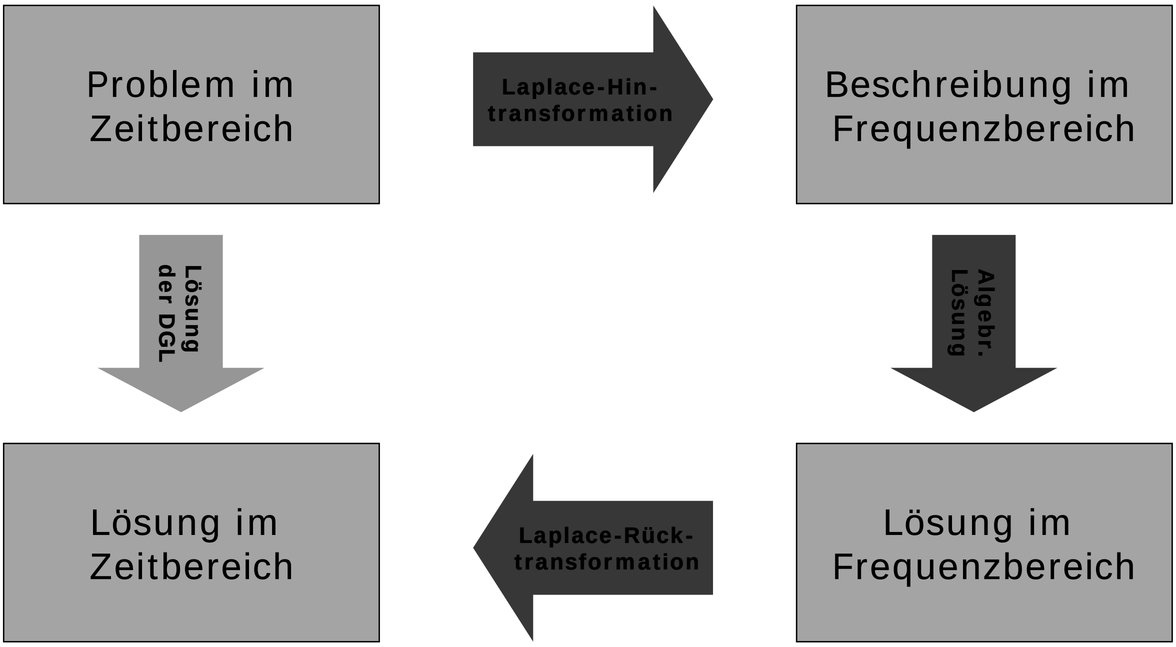
Reibungskraft: $f_W = r\ v$

$$m\dot{v}(t) = f_S(t) - rv(t)$$

$$\tfrac{m}{r}\dot{v}(t) + v(t) = \tfrac{1}{r} f_s(t)$$



Dynamische Systeme: Behandlung im Zeitbereich vs. Frequenzbereich



Laplace-Transformation

Hin: $$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}\,dt \qquad (\text{mit:} \quad s = \sigma + j\omega; \quad t \geq 0)$$

Rück: $$\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = f(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(s)e^{st}\,ds \qquad (\text{mit:} \quad c \in \mathbb{R}, c > \max_i \Re(Res_i))$$

- Ähnlich Fourier-Transformation
  - zusätzlich Dämpfungsterm
  - Existiert auch für Funktionen deren Fouriertransformierte nicht existiert
- Rücktransformation schwierig (Integration über komplexe Variable, Funktionentheorie)
  - In der Praxis verwendet man Korrespondenztabellen (z.B. im Bronstein)

Wichtige Eigenschaften der Laplacetransformation

- Linearitätssatz

$$\mathcal{L}\{a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t)\} = a_1\mathcal{L}\{f_1(t)\} + a_2\mathcal{L}\{f_2(t)\}$$

- Differentiationssatz

$$\mathcal{L}\{f'(t)\} = sF(s) - f(+0)$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}\{f^{(n)}(t)\} &= s^n F(s) - s^{n-1}f(+0) - s^{n-2}f'(+0) - \cdots - f^{(n-1)}(+0)\\ &= s^n F(s) - \textstyle\sum_{v=1}^{n} s^{n-v} f^{(v-1)}(+0)\end{aligned}$$

- Integrationssatz

$$\mathcal{L}\left\{\int_0^t f(q)\mathrm{d}q\right\} = \frac{1}{s}F(s)$$

Verzögerungsglied 1. Ordnung (PT_1)

Differentialgleichung

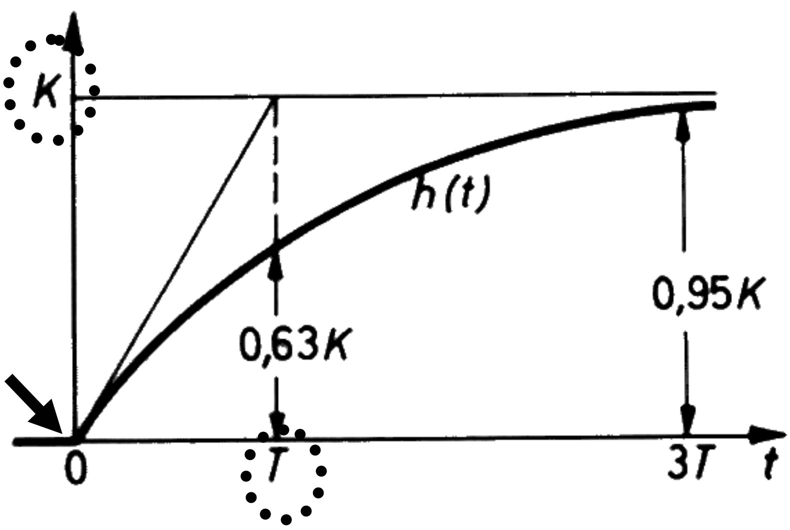
$$T\dot{y}(t) + y(t) = Kx(t)$$

Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{K}{(1+Ts)}$$

Sprungantwort

$$h(t) = K(1-e^{-t/T})$$



K : Verstärkung
T : Zeitkonstante
(Anstiegszeit)

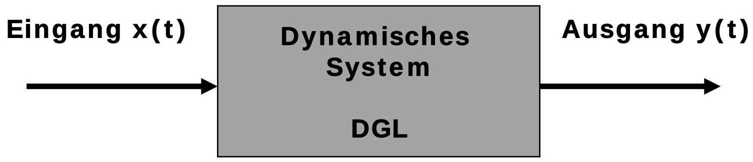
Sprungantwort

Heutiges Thema:

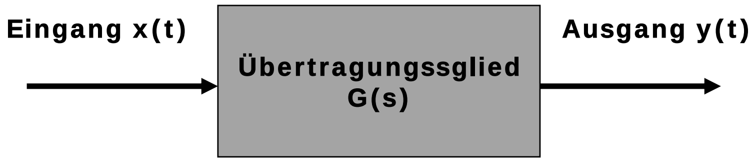
Charakterisierung des Verhaltens dynamischer Systeme

Lineare Systeme als Übertragungsglieder

- Abstraktion vom physikalischen System
  - Verhalten des Systems gegeben durch Differentialgleichung im Zeitbereich



- Lineare dynamische Systeme als Übertragungsglieder
  - Verhalten des Systems gegeben durch Übertragungsfunktion im Frequenzbereich
  - Bildet Eingangssignal auf Ausgangsignal ab



- Betrachtung der Übertragungsfunktion G(s)

Lineare Systeme als Übertragungsglieder

- Berechnung der Systemantwort im Frequenzbereich
  - Multiplikation des transformierten Eingangssignals mit der Übertragungsfunktion

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = G(s) \quad \Rightarrow \quad Y(s) = G(s)X(s)$$

Lineare Systeme als Übertragungsglieder

- Berechnung der Systemantwort im Zeitbereich
  - Lösen der DGL
  - Faltung des Eingangssignals mit der Rücktransformierten der Übertragungsfunktion

$$Y(s) = G(s)X(s)$$

$$\mathcal{L}\{f_1(t) * f_2(t)\} = F_1(s) \cdot F_2(s) = \mathcal{L}\{\int_0^t f_1(u) f_2(t-u)\}\mathrm{d}u$$

$$y(t) = \int_0^t g(\tau)x(t-\tau)d\tau$$

Lineare Systeme als Übertragungsglieder

- Impulsantwort g(t)

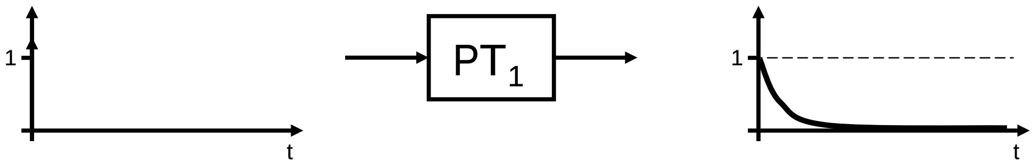
Impulsfunktion (Dirac-Impuls):

$$\delta(t) = \frac{d}{dt}1(t) \qquad \int\limits_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1 \qquad \delta(s) = 1$$

Die Impulsantwort ist die Rücktransformierte der Übertragungsfunktion

$$\delta(t) \longrightarrow \boxed{G(s)} \longrightarrow y(t) = g(t) \quad \Rightarrow \quad Y(s) = G(s)1 = G(s)$$

Beispiel:



Lineare Systeme als Übertragungsglieder

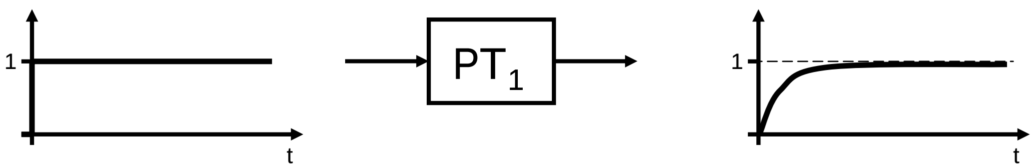
- Sprungantwort h(t)

Sprungfunktion:

$$1(t) = \begin{cases} 0 & : \quad t < 0 \\ 1 & : \quad t \geq 0 \end{cases} \qquad 1(s) = \frac{1}{s}$$

$$1(t) \longrightarrow \boxed{G(s)} \longrightarrow y(t) = h(t) \quad \Rightarrow \quad Y(s) = H(s) = G(s)\frac{1}{s}$$

Beispiel:



Verzögerungsglied 1. Ordnung (PT_1)

Differentialgleichung

$$T\dot{y}(t) + y(t) = Kx(t)$$

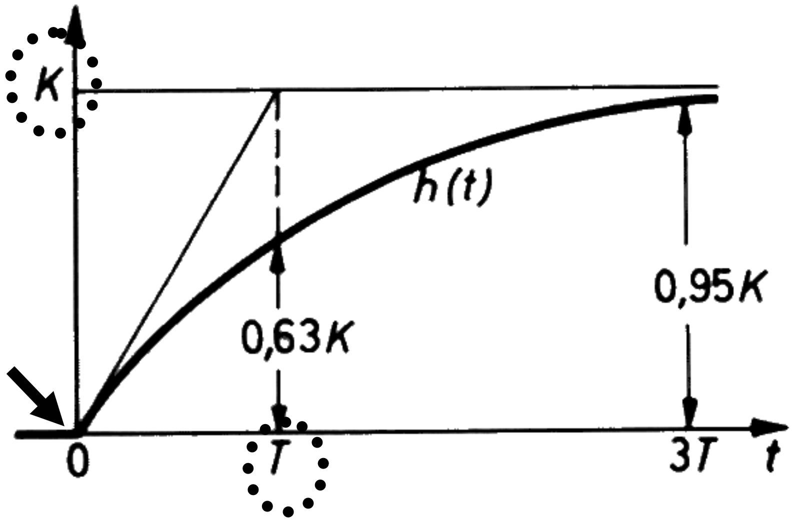
Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{K}{(1+Ts)}$$

Sprungantwort

$$h(t) = K(1 - e^{-t/T})$$

K : Verstärkung
T : Zeitkonstante (Anstiegszeit)



Sprungantwort

Sprung- und Impulsantwort

- Sprungantwort und Impulsantwort charakterisieren das Systemverhalten
  - Sprung und Impuls haben keine eigenen Parameter

Sprungfunktion: $1(s) = \frac{1}{s}$ **Impulsfunktion (Dirac-Impuls)**: $\delta(s) = 1$

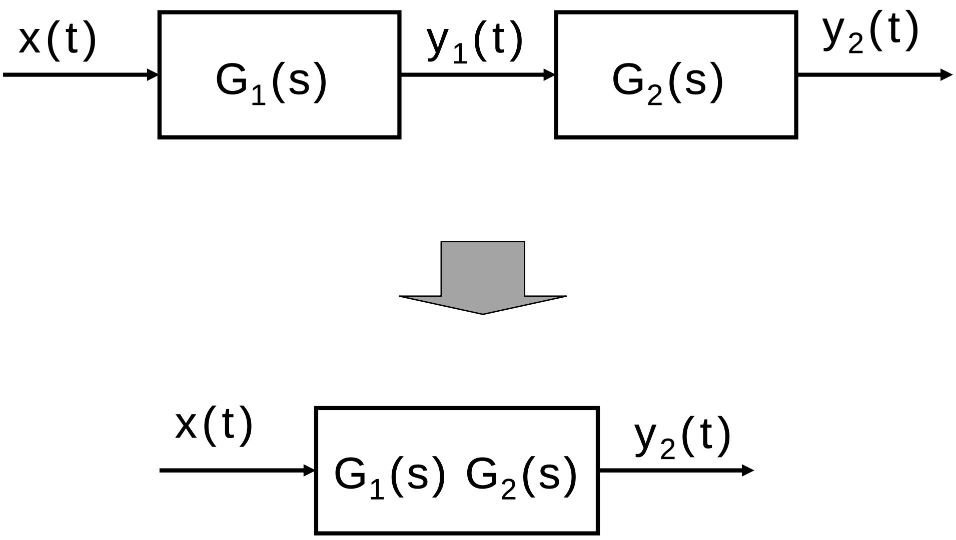
- Systemidentifikation über Sprungantwort
  - Idealer Impuls nicht realisierbar
  - Impulsantwort ist die Ableitung der Sprungantwort

$g(t) = \dot{h}(t)$ **wegen** $G(s) = sH(s) = s\frac{1}{s}G(s)$

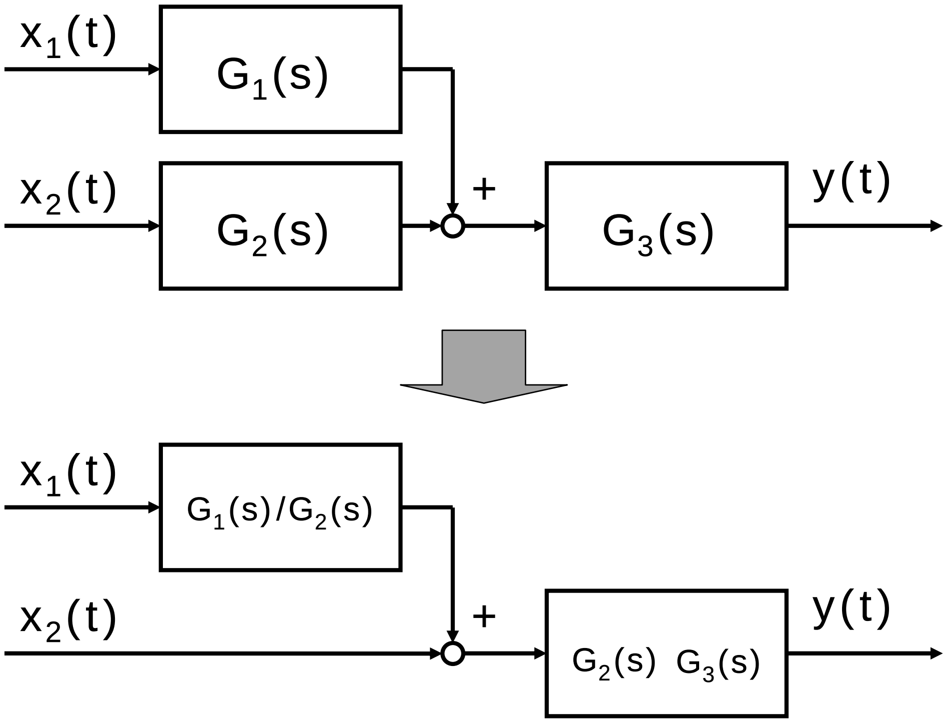
Sprung- und Impulsantwort

- Die Impulsantwort g(t) des Systems ist die Rücktransformierte der Übertragungsfunktion G(s)
- Berechnung der Systemantwort im Zeitbereich
  - Lösen der DGL
  - Faltung des Eingangssignals mit der Impulsantwort

Reihenschaltung



Blockschaltbildumformung

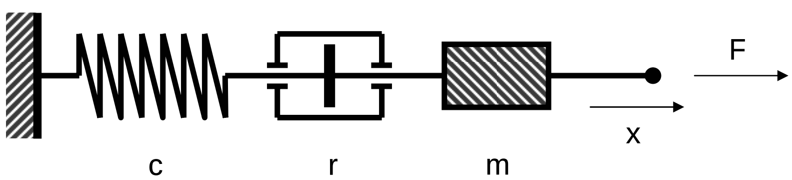


Neues Beispiel!

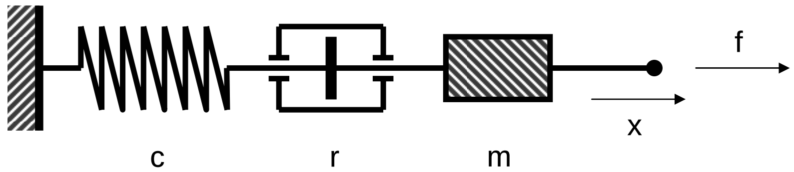
- Bootsbeispiel: Differentialgleichung 1. Ordnung

$$T\dot{y}(t) + y(t) = Kx(t)$$

- Neues Beispiel: Kfz-Federung



Aufstellen der Systemgleichungen



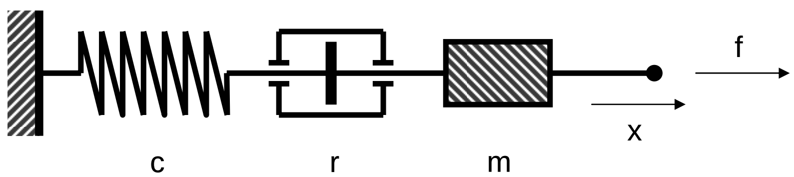
Kräftegleichgewicht:

$$cx(t) \quad + \quad r\dot{x}(t) \quad + m\ddot{x}(t) \quad = \quad f(t)$$

Umsortieren:

$$\frac{m}{c}\ddot{x}(t) + \frac{r}{c}\dot{x}(t) + x(t) = \frac{1}{c}f(t)$$

Aufstellen der Systemgleichungen

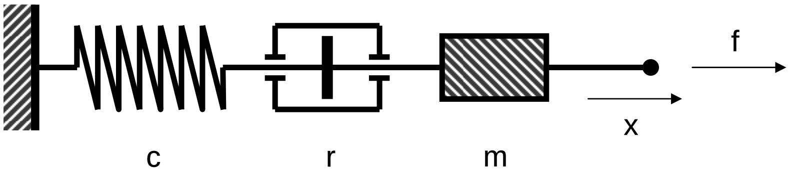


$$\frac{m}{c}\ddot{x}(t) + \frac{r}{c}\dot{x}(t) + x(t) = \frac{1}{c}f(t)$$

Laplace-Transformation

$$\frac{m}{c}\overbrace{s^2 X(s)} + \frac{r}{c}\overbrace{sX(s)} + X(s) = \frac{1}{c}F(s)$$

Aufstellen der Systemgleichungen

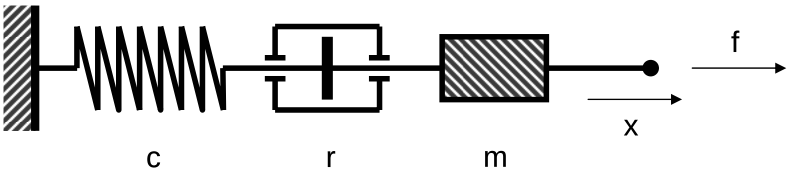


$$\frac{m}{c}s^2X(s) + \frac{r}{c}sX(s) + X(s) = \frac{1}{c}F(s)$$

Ausklammern von X(s):

$$\left(\frac{m}{c}s^2 + \frac{r}{c}s + 1\right)X(s) = \frac{1}{c}F(s)$$

Bestimmung der Übertragungsfunktion



$$\left(\frac{m}{c}s^2 + \frac{r}{c}s + 1\right)X(s) = \frac{1}{c}F(s)$$

Übertragungsfunktion:

$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{\frac{1}{c}}{\left(\frac{m}{c}s^2 + \frac{r}{c}s + 1\right)}$$

Übertragungsfunktion der Federung

- Differentialgleichung 2. Ordnung
- Nenner der Übertragungsfunktion:
  – Quadratisches Polynom in s

Differentialgleichung:

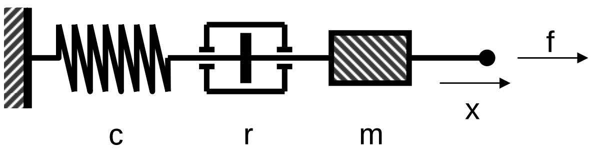
$$\frac{m}{c}\ddot{x}(t) + \frac{r}{c}\dot{x}(t) + x(t) = \frac{1}{c}f(t)$$

Übertragungsfunktion:

$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{\frac{1}{c}}{\left(\frac{m}{c}s^2 + \frac{r}{c}s + 1\right)}$$

Verallgemeinerung: Verzögerungsglied 2. Ordnung (PT_2)

- Standardform
  – Verstärkung K
  – Zeitkonstante T
  – Dämpfung d



$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{\frac{1}{c}}{\left(\frac{m}{c}s^2 + \frac{r}{c}s + 1\right)} = \frac{K}{T^2s^2 + 2dTs + 1}$$

$$T = \sqrt{\frac{m}{c}} \qquad d = \frac{r}{2\sqrt{mc}} \qquad K = \frac{1}{c} \qquad K, T, d > 0$$

Verzögerungsglied 2. Ordnung (PT_2)

- Darstellung als Reihenschaltung zweier PT_1-Glieder

$$\longrightarrow \boxed{\frac{K}{T^2s^2+2dTs+1}} \longrightarrow \quad \Rightarrow \quad \longrightarrow \boxed{\frac{K}{T_1s+1}} \longrightarrow \boxed{\frac{1}{T_2s+1}} \longrightarrow$$

- Zeitkonstanten T_1 und T_2:

$$G(s) = \frac{K}{T^2s^2+2dTs+1} = \frac{K}{(T_1s+1)\,(T_2s+1)}$$

$$= \frac{K}{T_1T_2s^2+(T_1+T_2)s+1}$$

$$T_1 + T_2 = 2dT$$

$$T_1T_2 = T^2$$

PT_2 als Reihenschaltung zweier PT_1-Glieder

$$T_1 + T_2 = 2dT \qquad\qquad T_1T_2 = T^2$$

$$T_1 = \frac{T^2}{T_2} \qquad T_2 = \frac{T^2}{T_1}$$

$$\frac{T^2}{T_{1,2}} + T_{1,2} = 2dT$$

$$T^2 + T_{1,2}^2 = 2dTT_{1,2}$$

$$T^2 - 2dTT_{1,2} + T_{1,2}^2 = 0 \quad \xrightarrow{\text{„pq-Formel"}} \quad T_{1,2} = dT \pm \sqrt{(dT)^2 - T^2}$$

$$T_{1,2} = T\left[d \pm \sqrt{d^2-1}\right]$$

PT_2 als Reihenschaltung zweier PT_1-Glieder

$$G(s) = \frac{K}{T^2 s^2 + 2dTs + 1} = \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

$$T_{1,2} = T\left[d \pm \sqrt{d^2 - 1}\right]$$

- Reelle Lösungen für d>1 } Fall 1
  - Reihenschaltung zweier PT_1-Glieder
- $T_1 = T_2 = T$ für d = 1 } Fall 3
  - Reihenschaltung zweier gleicher PT_1-Glieder
- Komplexe Lösungen für d< 1 } Fall 2
  - Keine einfache Reihenschaltung!

1. Fall: Dämpfung d $\geq$ 1

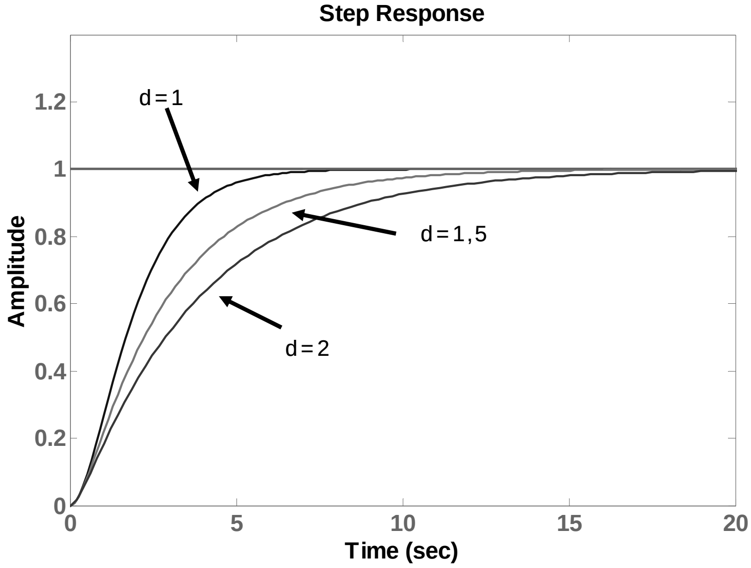
$$G(s) = \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \qquad T_{1,2} = T\left[d \pm \sqrt{d^2 - 1}\right]$$

Sprungantwort:

$$h(t) = K - \frac{K}{T_1 - T_2}\left[T_1 e^{-\frac{t}{T_1}} - T_2 e^{-\frac{t}{T_2}}\right]$$

- Aperiodischer Fall

1. Fall: Dämpfung d $\geq$ 1



PT_2 als Reihenschaltung zweier PT_1-Glieder

$$G(s) = \frac{K}{T^2 s^2 + 2dTs + 1} = \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

$$T_{1,2} = T\left[d \pm \sqrt{d^2 - 1}\right]$$

- Reelle Lösungen für d>1
  - Reihenschaltung zweier PT_1-Glieder

  } Fall 1
- T_1=T_2=T für d = 1
  - Reihenschaltung zweier gleicher PT_1-Glieder

  } Fall 3
- Komplexe Lösungen für d< 1
  - Keine einfache Reihenschaltung!

  } Fall 2

2.Fall: Dämpfung d < 1

$$G(s) = \frac{K}{T^2 s^2 + 2dTs + 1} \qquad = \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

Sprungantwort :

$$h(t) = K - \frac{K}{\sqrt{1-d^2}} e^{-\frac{d}{T}t} sin\left[\frac{\sqrt{1-d^2}}{T} t + \psi\right] \quad \text{mit } tan(\psi) = \frac{\sqrt{1-d^2}}{d}$$

$$T_{1,2} = T\left[d \pm \sqrt{d^2 - 1}\right] \overset{d \leq 1}{=} T\left[d \pm j\sqrt{1-d^2}\right] \qquad \frac{1}{2j}\left(e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}\right) = sin(\alpha)$$

$$h(t) = K - \frac{K}{T_1 - T_2}\left[T_1 e^{-\frac{t}{T_1}} - T_2 e^{-\frac{t}{T_2}}\right] \qquad \frac{1}{2}\left(e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}\right) = cos(\alpha)$$

2.Fall: Dämpfung d < 1

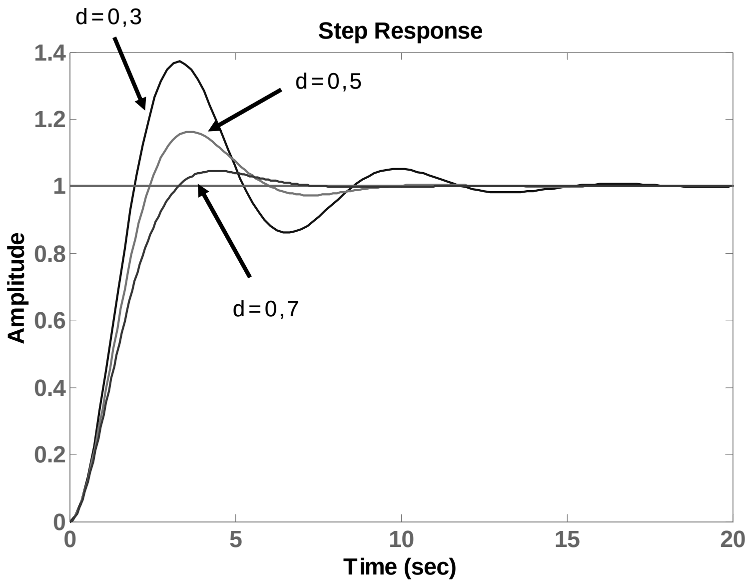
$$G(s) = \frac{K}{T^2 s^2 + 2dTs + 1}$$

Sprungantwort :

$$h(t) = K - \frac{K}{\sqrt{1-d^2}} e^{-\frac{d}{T}t} sin\left[\frac{\sqrt{1-d^2}}{T} t + \psi\right] \quad \text{mit } tan(\psi) = \frac{\sqrt{1-d^2}}{d}$$

- Periodischer Fall
  - Abklingende Schwingung für d > 0

2.Fall: Dämpfung d < 1



PT_2 als Reihenschaltung zweier PT_1-Glieder

$$G(s) = \frac{K}{T^2 s^2 + 2dTs + 1} = \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

$$T_{1,2} = T\left[d \pm \sqrt{d^2 - 1}\right]$$

- Reelle Lösungen für d>1 — Fall 1
  - Reihenschaltung zweier PT_1-Glieder
- $T_1=T_2=T$ für d = 1 — Fall 3
  - Reihenschaltung zweier gleicher PT_1-Glieder
- Komplexe Lösungen für d< 1 — Fall 2
  - Keine einfache Reihenschaltung!

3. Fall: Dämpfung d = 1

$$G(s) = \frac{K}{(Ts+1)^2} = \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

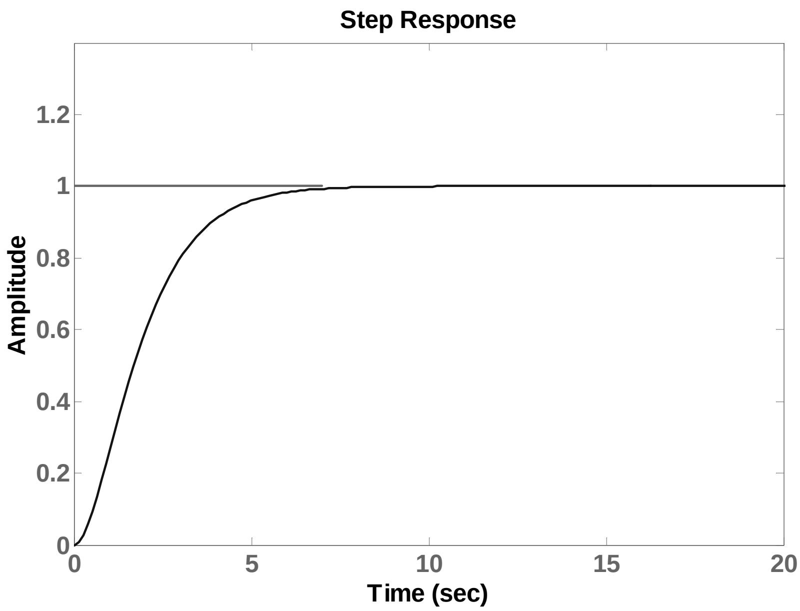
Sprungantwort :

$$h(t) = K - K\left(1 + \frac{t}{T}\right)e^{-\frac{t}{T}}$$

$$T_{1,2} = T\left[d \pm \sqrt{d^2 - 1}\right]$$

- Aperiodischer Grenzfall
  - Bei geringerer Dämpfung beginnt das System zu schwingen

3. Fall: Dämpfung d = 1



Übertragungsglieder

$$y = \varphi(u)$$

- Übertragungsglied bildet Eingangsgröße auf Ausgangsgröße ab
- Übertragungsglieder werden nach ihrem Übertragungs-verhalten klassifiziert.
- Bisher:
  - PT_1-Glied: Differentialgleichung 1. Ordnung (Bootsbeispiel)
  - PT_2-Glied: Differentialgleichung 2. Ordnung (Federung)

Lineare Übertragungsglieder

- Besonders relevant: Lineare Übertragungsglieder
  - Superpositionsprinzip

$$\varphi(u + \hat{u}) = \varphi(u) + \varphi(\hat{u})$$

  - Verstärkungsprinzip

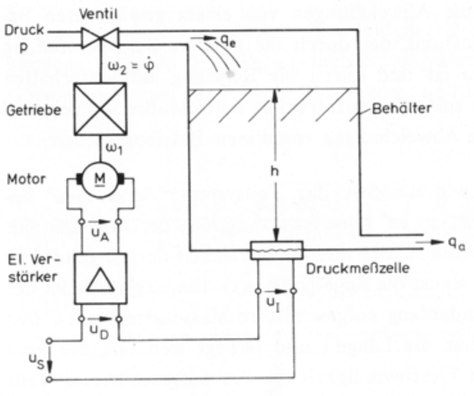
$$\varphi(cu) = c\varphi(u)$$

  - Kombiniert

$$\varphi(cu + \hat{c}\hat{u}) = c\varphi(u) + \hat{c}\varphi(\hat{u})$$

Elementare Übertragungsglieder

- Weitere elementare Übertragungsglieder
  - bilden einen Baukasten für komplexere Strecken



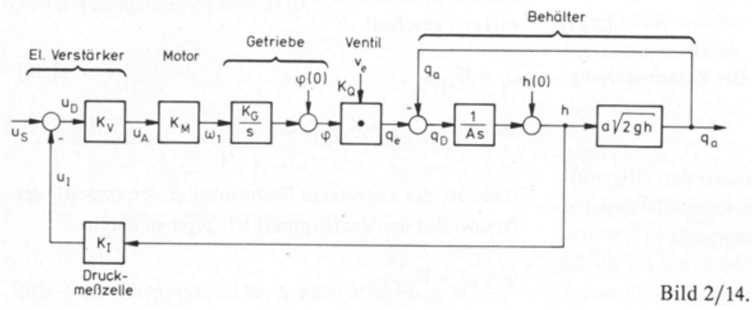
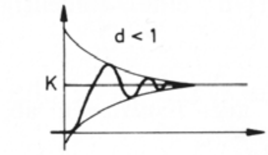
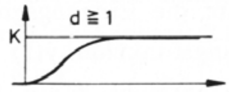
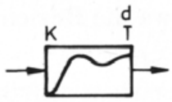


Bild 2/14.

Quelle: O. Föllinger, Regelungstechnik

Benennung	Funktionalbeziehung	Übertragungsfunktion	Sprungantwort (Null für $t<0$)	Verlauf der Sprungantwort	Symbol
P-Glied	$y = Ku$	K	K	K	K
I-Glied	$y = K\int_0^t u(\tau)\,d\tau$	$\frac{K}{s}$	Kt	K, 1	K
D-Glied	$y = K\dot{u}$	Ks	$K\delta(t)$	Fläche = K	K
TZ-Glied, T_t-Glied	$y(t) = Ku(t-T_t)$	$Ke^{-T_t s}$	$K\sigma(t-T_t)$	K, T_t	K T_t
S-Glied	$y = u_1 \pm \ldots \pm u_p$				u_2, -, u_1, y
KL-Glied	$y = F(u)$				
M-Glied	$y = Ku_1u_2$				K, u_2, u_1
P-T_1-Glied, VZ_1-Glied	$T\dot{y} + y = Ku$	$\frac{K}{1+Ts}$	$K(1-e^{-t/T})$	K, T	K T

Quelle: O. Föllinger, Regelungstechnik

Benennung	Funktionalbeziehung	Übertragungsfunktion	Sprungantwort (Null für $t<0$) Verlauf der Sprungantwort	Symbol
P - T_2 - Glied, VZ_2 - Glied	$T^2\ddot{y}+2dT\dot{y}+y=Ku$	$\frac{K}{1+2dTs+T^2s^2}$	Periodischer Fall: $d<1$ $K\left[1+\frac{e^{-(d/T)t}}{\sqrt{1-d^2}}\sin\left(\frac{\sqrt{1-d^2}}{T}t-\varphi\right)\right]$, $\tan\varphi=-\frac{\sqrt{1-d^2}}{d}$, $90°<\varphi<180°$  Aperiodischer Grenzfall: $d = 1$ $K\left[1-\left(1+\frac{t}{T}\right)e^{-t/T}\right]$. Aperiodischer Fall: $d>1$ $K\left[1-\frac{T_1}{T_1-T_2}e^{-t/T_1}+\frac{T_2}{T_1-T_2}e^{-t/T_2}\right]$, $T_{1,2}=T\left(d\pm\sqrt{d^2-1}\right)$. 	

Quelle: O. Föllinger, Regelungstechnik

Frequenzbereich und Zeitbereich

- Zurück zum PT2-Glied:

$$G(s)=\frac{K}{T^2s^2+2dTs+1}=\frac{K}{(T_1s+1)\,(T_2s+1)}$$

$$T_{1,2}=T\left[d\pm\sqrt{d^2-1}\right]$$

- Polstellen (und Nullstellen) der Übertragungsfunktion im Frequenzbereich bestimmen maßgeblich das Einschwingverhalten im Zeitbereich

- Beobachtung:
  - Reelle Pole führen zu einem nicht schwingenden exponentiellen Verlauf
  - Komplexe Polpaare führen zu exponentiell modulierten Schwingungen

Übertragungsfunktion und Differentialgleichung

- Allgemeine Form einer linearen DGL

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} + \ldots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_m \frac{d^m u(t)}{dt^m} + \ldots + b_1 \frac{du(t)}{dt} + b_0 u(t)$$

$$m \leq n$$

- m $\leq$ n wegen Kausalität
  - Zustände und Ausgangsgrößen eines Systems hängen nur von früheren Zuständen und Eingangsgrößen ab
  - System kann nicht „in die Zukunft sehen“

Übertragungsfunktion und Differentialgleichung

- Übergang in den Frequenzbereich

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} + \ldots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_m \frac{d^m u(t)}{dt^m} + \ldots + b_1 \frac{du(t)}{dt} + b_0 u(t)$$

$$s^n Y(s) + \ldots + a_1 s Y(s) + a_0 Y(s) = b_m s^m U(s) + \ldots + b_1 s U(s) + b_0 U(s)$$

$$Y(s)(s^n + \ldots + a_1 s + a_0) = U(s)(b_m s^m + \ldots + b_1 s + b_0)$$

- Allgemeine Form der Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + \ldots + b_1 s + b_0}{s^n + \ldots + a_1 s + a_0}$$

Übertragungsfunktion und Systemeigenschaften

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + \ldots + b_1 s + b_0}{s^n + \ldots + a_1 s + a_0}$$

- Die Parameter der Übertragungsfunktion (also a_i und b_j) bestimmen das Systemverhalten
- Erinnerung:
  - Wir hatten beim PT_2-Glied beobachtet, dass man aus der Lage der Polstellen auf das Einschwingverhalten schließen kann.
- Vermutung:
  - Auch die Nullstellen sind wichtig

Übertragungsfunktion: Pole und Nullstellen

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + \ldots + b_1 s + b_0}{s^n + \ldots + a_1 s + a_0}$$

- Andere Darstellung für G(s):
  - Faktorisierung

$$\left.\begin{aligned} b_m s^m + \ldots + b_1 s + b_0 &= b_m \prod_{i=1}^{m} (s - s_{0i}) \\ a_n s^n + \ldots + a_1 s + a_0 &= \prod_{i=1}^{n} (s - s_i) \end{aligned}\right\} \quad G(s) = b_m \frac{\prod_{i=1}^{m} (s - s_{0i})}{\prod_{i=1}^{n} (s - s_i)}$$

Übertragungsfunktion: Pole und Nullstellen

$$G(s) = b_m \frac{\prod_{i=1}^{m} (s - s_{0i})}{\prod_{i=1}^{n} (s - s_i)}$$

s_{0i} : Nullstellen der Übertragungsfunktion

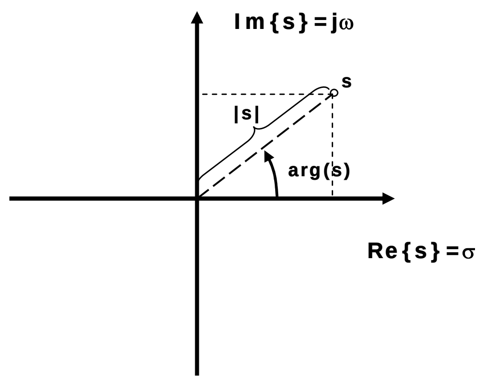
s_i : Polstellen der Übertragungsfunktion

Charakteristische Gleichung:

$$a_n s^n + \ldots + a_1 s + a_0 = \prod_{i=1}^{n} (s - s_i) = 0$$

Übertragungsfunktion: Visualisierung

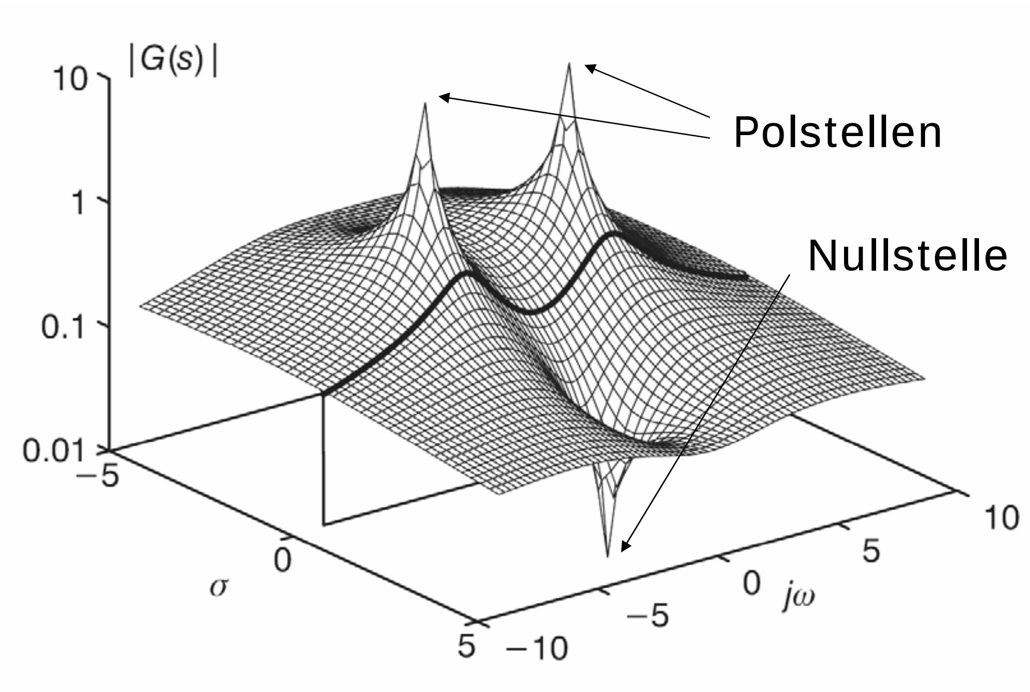
- Übertragungsfunktion G(s) ist eine komplex-wertige Funktion der komplexen Variablen s=σ+jω
- Sogenannte „s-Ebene“
  - Für Visualisierungen wichtig
  - Wird aufgespannt von Re{s}=σ und Im{s}=jω
- Eine komplexe Zahl s ist ein Punkt in der s-Ebene gegeben durch:
  - Real- und Imaginärteil
  - **Betrag** (Amplitude) |s| und **Phase** arg(s)



$$|s| = \sqrt{\sigma^2 + \omega^2}$$

$$arg(s) = atan(\frac{\omega}{\sigma})$$

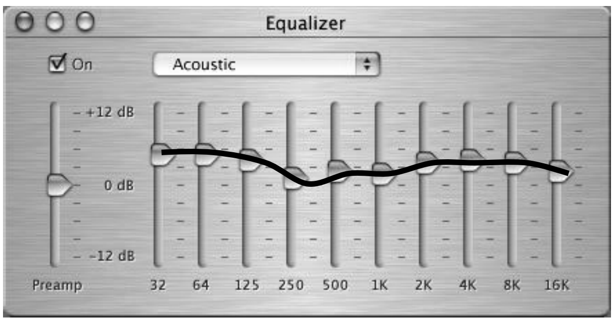
Übertragungsfunktion: Betrag



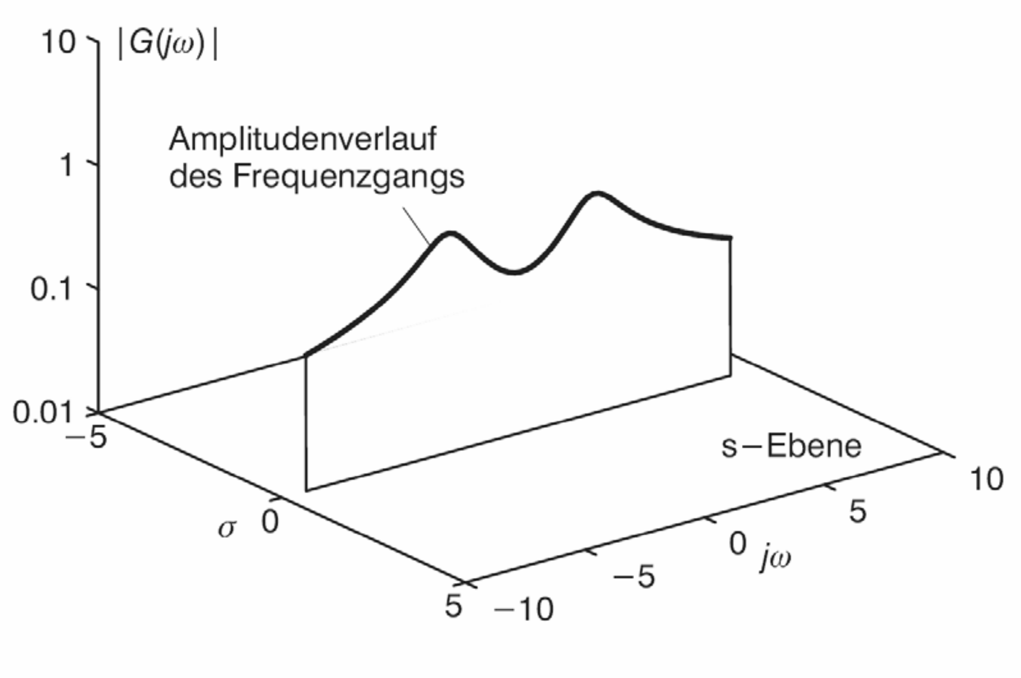
Quelle: Schumacher/Leonhard, Grundlagen der Regelungstechnik

Frequenzkennlinien

- Frequenzgang: G(s) für σ=0, d.h. $s = \sigma + j\,\omega = j\,\omega$
  - Amplitudengang
    - Stationäres Verhalten bei Anregung mit einer reinen Sinusschwingung der Frequenz ω
    - Verlauf der Verstärkung des Eingangssignals in Abhängigkeit der Frequenz ω
  - Vergleich: Equalizer



Übertragungsfunktion: Amplitudengang

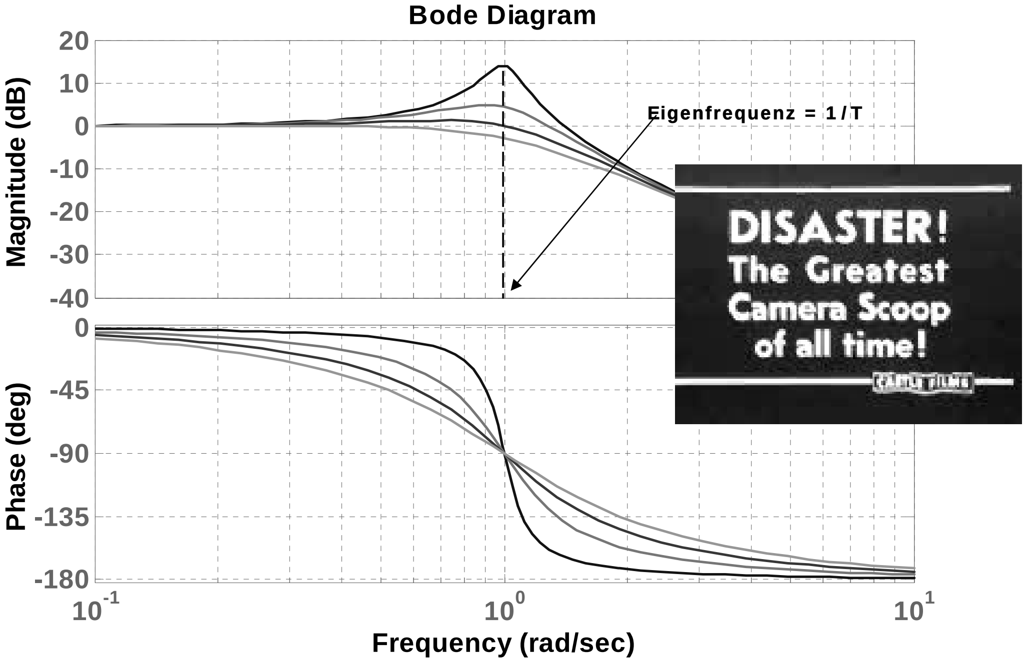


Quelle: Schumacher/Leonhard, Grundlagen der Regelungstechnik

Frequenzkennlinien

- Frequenzgang: G(s) für $\sigma=0$, d.h. $s = \sigma + j\,\omega = j\,\omega$
  - Amplitudengang
    - Verlauf der Verstärkung in Abhängigkeit der Frequenz ω
  - Phasengang
    - Verlauf der Phasenverschiebung in Abhängigkeit der Frequenz ω
- Bode-Diagramm:
  - logarithmische Darstellung von Amplitude und Phase

Bodediagramm (PT_2)

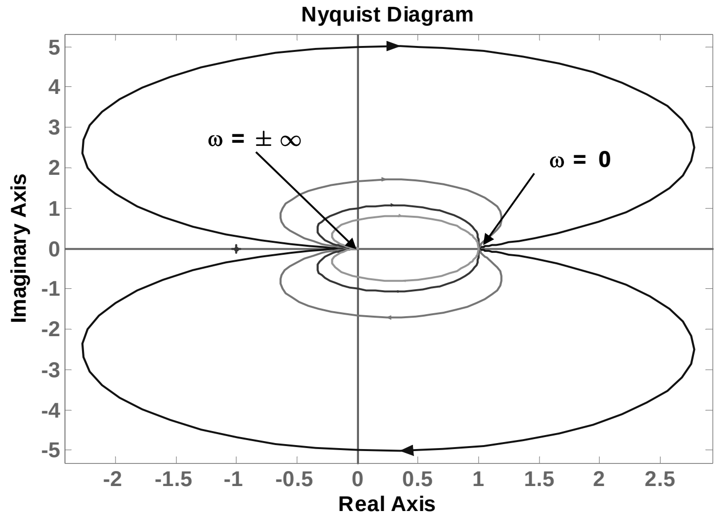


Frequenzkennlinien

- Frequenzgang: G(s) für $\sigma=0$, d.h. $s = \sigma + j\,\omega = j\,\omega$
  - Amplitudengang
    - Verlauf der Verstärkung in Abhängigkeit der Frequenz ω
  - Phasengang
    - Verlauf der Phasenverschiebung in Abhängigkeit der Frequenz ω
- Bode-Diagramm:
  - logarithmische Darstellung von Amplitude und Phase
- Ortskurve (Nyqist Diagramm)
  - Verlauf des Orts von $G(j\omega)$ in der s-Ebene

Ortskurve (des offenen Kreises)

- Weg des Orts von $G(j\omega)$ in der s-Ebene für $\omega \in [-\infty, \infty]$
  - Matlab: Nyquist-Diagramm



Frequenzkennlinien

- Bodediagramm und Ortskurve sind Visualisierungen des Systemverhaltens
  - Erlauben die Beurteilung des Systems
  - Reglerentwurf