Vorlesung: Einführung in die Robotik

Prof. J. Zhang
zhang@informatik.uni-hamburg.de

Universität Hamburg
Fachbereich Informatik
AB Technische Aspekte Multimodaler Systeme

4. November 2004

Inhaltsverzeichnis

Kinematik-Gleichungen - (1)

Jeder Manipulator kann als eine Reihe von mit Gelenken verbundenen Gliedern betrachtet werden.

In jedem Glied wird ein Koordinaten-Frame definiert.

Eine homogene Matrix A beschreibt die relative Translation und Rotation zwischen zwei aufeinander folgenden Gelenken.

Für einen sechsgelenkigen Manipulator:

- A_1: beschreibt die Position und Orientierung des ersten Gliedes;
- A_2: beschreibt die Position und Orientierung des 2. Gliedes bezüglich Glied 1;
- A_3: beschreibt die Position und Orientierung des 3. Gliedes bezüglich Glied 2;
- A_4: beschreibt die Position und Orientierung des 4. Gliedes bezüglich Glied 3;

- A_5: beschreibt die Position und Orientierung des 5. Gliedes bezüglich Glied 4;
- A_6: beschreibt die Position und Orientierung des 6. Gliedes bezüglich Glied 5.

Das folgende Produkt wird definiert als:

$$T_6 = A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6$$

Beschreibung des Manipulator-Endpunktes (Tag Point)

Mit einem Vektor $\mathbf{p}$ wird der Manipulator-Endpunkt beschrieben.

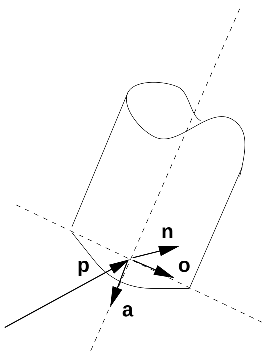
Drei Einheitsvektoren

$\mathbf{a}$ (Annährungsvektor, "approach vector"),

$\mathbf{o}$ (Schlißvektor, "orientation vector"),

$\mathbf{n}$ (Normalenvektor)

spezifizieren die Orientierung der Hand.



Die Transformation T_6 hat dann die folgenden Elementen:

$$T = \begin{bmatrix} \mathbf{n} & \mathbf{o} & \mathbf{a} & \mathbf{p} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Denavit-Hartenberg-Konvention

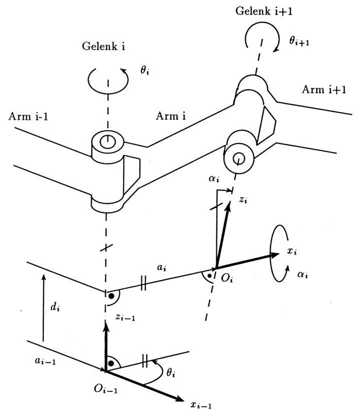
Ausgangspunkt:

Das Koordinatensystem Σ_0 ist das ortsfeste Ausgangskoordinatensystem in der Basis des Manipulators.

Für die Festlegung des Koordinatensystems gilt:

1. Die z_i-Achse wird entlang der Bewegungsachse des (i+1)-ten Gelenks gelegt.
2. Die x_i-Achse ist senkrecht zur z_{i-1}-Achse und zeigt von ihr weg.
3. Die y_i-Achse wird so festgelegt, daß sich ein rechthändiges Koordinatensystem ergibt.

Parameter zur Beschreibung von 2 beliebigen Gelenken



Parameter zur Beschreibung von 2 beliebigen Gelenken

Zwei Parameter zur Bestimmung der Struktur des Gelenkes i:

a_i: die kürzeste Entfernung zwischen der z_{i-1}-Achse und der z_i-Achse

α_i: der Drehwinkel um die x_i-Achse, der die z_{i-1}-Achse auf die z_i-Achse ausrichtet

Zwei Parameter zur Bestimmung der relativen Distanz und Winkel der benachbarten Gelenke:

d_i: die Entfernung vom Ursprung O_{i-1} des (i-1)-ten Koordinatensystems bis zum Schnittpunkt der z_{i-1}-Achse mit der x_i-Achse.

θ_i: der Gelenkwinkel um die z_{i-1}-Achse von der x_{i-1}-Achse zur Projektion der x_i-Achse in die x_{i-1}, y_{i-1}-Ebene.

Frame-Transformation zwischen 2 Gelenken - (1)

Erstellung der Beziehung zwischen Frame i und Frame (i-1) über die folgenden Rotationen und Translationen:

1. Drehe um z_{i-1} mit einem Winkel θ_i
2. Verschiebe entlang z_{i-1} um d_i
3. Verschiebe entlang gedrehtem $x_{i-1} = x_i$ um eine Länge a_i
4. Drehe um x_i mit dem Winkel α_i

Als das Produkt von vier homogenen Transformationen, die den Koordinaten-Frame i in den Koordinaten-Frame i-1 überführen, kann die Matrix A_i wie folgt berechnet werden:

$$A_i = Rot_{z_{i-1},\theta_i} Trans_{(0,0,d_i)} Trans_{(a_i,0,0)} Rot_{x_i,\alpha_i}$$

Frame-Transformation zwischen 2 Gelenken - (2)

$$A_i = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & 0 \\ S\theta_i & C\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha_i & -S\alpha_i & 0 \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i C\alpha_i & S\theta_i S\alpha_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\theta_i C\alpha_i & -C\theta_i S\alpha_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Beispiel mit PUMA 560

Um das Manipulator-Ende in das Basis-Koordinatensystem zu überführen, wird T_6 wie folgt berechnet:

$$T_6 = A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6$$

Z: Transformation Manipulator-Basis $\rightarrow$ Referenz-Koordinatensystem

E: Manipulator-Ende $\rightarrow$ TCP ("tool center point")

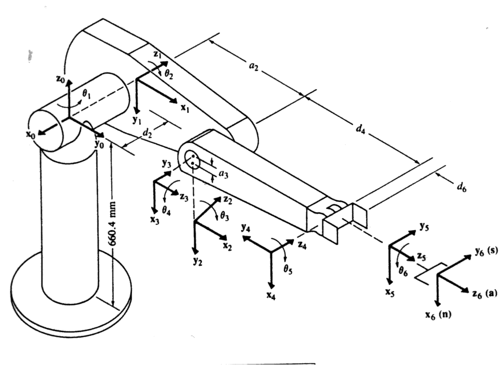
X: die Position und Orientierung des TCP bezüglich des Referenz-Koordinatensystems

$$X = Z T_6 E$$

Es gilt auch:

$$T_6 = Z^{-1} X E^{-1}$$

Beispiel mit PUMA 560



Gelenk i	θ_i	α_i	a_i	d_i	Gelenk-Bereich
1	90	-90	0	0	-160 zu 160
2	0	0	431.8 mm	149.09 mm	-225 zu 45
3	90	90	-20.32 mm	0	-45 zu 225
4	0	-90	0	433.07 mm	-110 zu 170
5	0	90	0	0	-100 zu 100
6	0	0	0	56.25 mm	-266 zu 266

Gelenk-Koordinaten-Parameter von PUMA 560

T6-Matrix für PUMA 560

$$T' = A_1 A_2 A_3$$

$$= \begin{bmatrix} C_1C_{23} & -S_1 & C_1S_{23} & a_2C_1C_2 + a_3C_1C_{23} - d_2S_1 \\ S_1C_{23} & C_1 & S_1S_{23} & a_2S_1C_2 + a_3S_1C_{23} + d_2C_1 \\ -S_{23} & 0 & C_{23} & -a_2S_2 - a_3S_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

und

$$T'' = A_4 A_5 A_6$$

$$= \begin{bmatrix} C_4C_5C_6 - S_4S_6 & -C_4C_5S_6 - S_4C_6 & C_4S_5 & d_6C_4S_5 \\ S_4C_5C_6 + C_4S_6 & -S_4C_5S_6 + C_4C_6 & S_4S_5 & d_6S_4S_5 \\ -S_5C_6 & S_5S_6 & C_5 & d_6C_5 + d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

wobei $C_{ij} \equiv \cos(\theta_i + \theta_j)$ und $S_{ij} \equiv \sin(\theta_i + \theta_j)$.

T6-Matrix für PUMA 560 - (2)

$$T_6 = T'T'' = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x & p_x \\ n_y & s_y & a_y & p_y \\ n_z & s_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

wobei

$$n_x = C_1[C_{23}(C_4C_5C_6 - S_4S_6) - S_{23}S_5C_6] - S_1(S_4C_5C_6 + C_4S_6)$$

...