

# **Vorlesung: Einführung in die Robotik**

**Prof. J. Zhang**

zhang@informatik.uni-hamburg.de

**Universität Hamburg**

Fachbereich Informatik

AB Technische Aspekte Multimodaler Systeme

20. Januar 2005

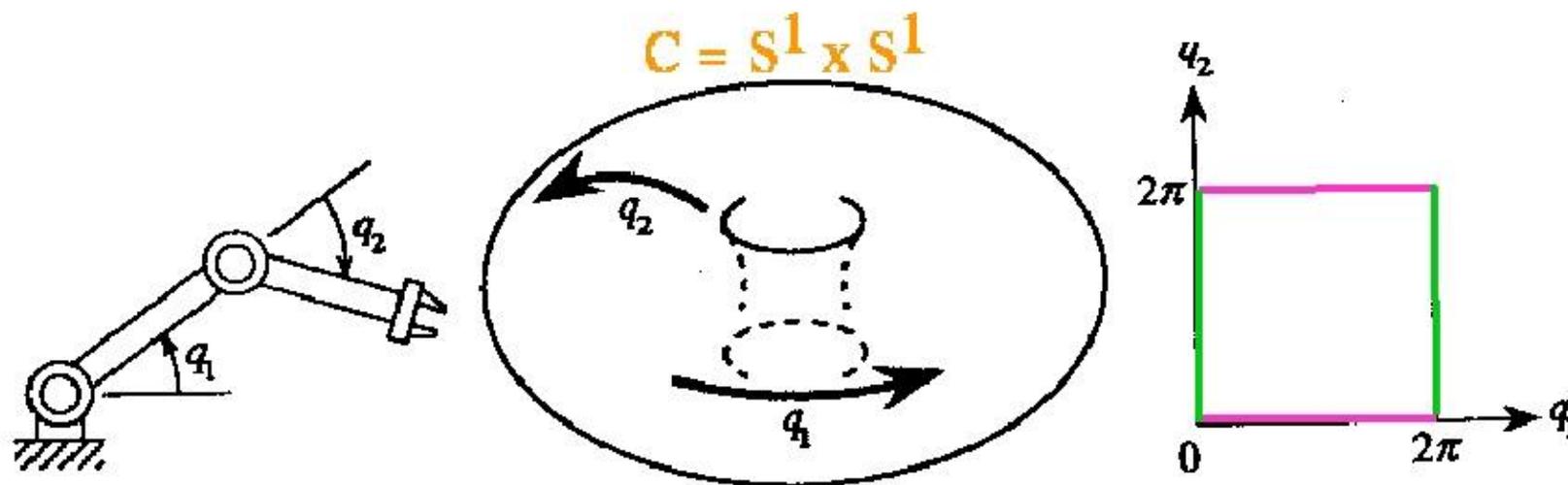
# Inhaltsverzeichnis

8. Programmierung auf Aufgabenebene und Bahnplanung . . . . .	461
Transformation vom Arbeitsraum zum Konfigurationsraum . . . . .	.461
Berechnung der K-Hindernisse von Polygonen . . . . .	.465
Berechnung der K-Hindernisse für Stangenkette . . . . .	.470
Repräsentation des Konfigurationsraums durch Zerlegungsverfahren . . . . .	.474

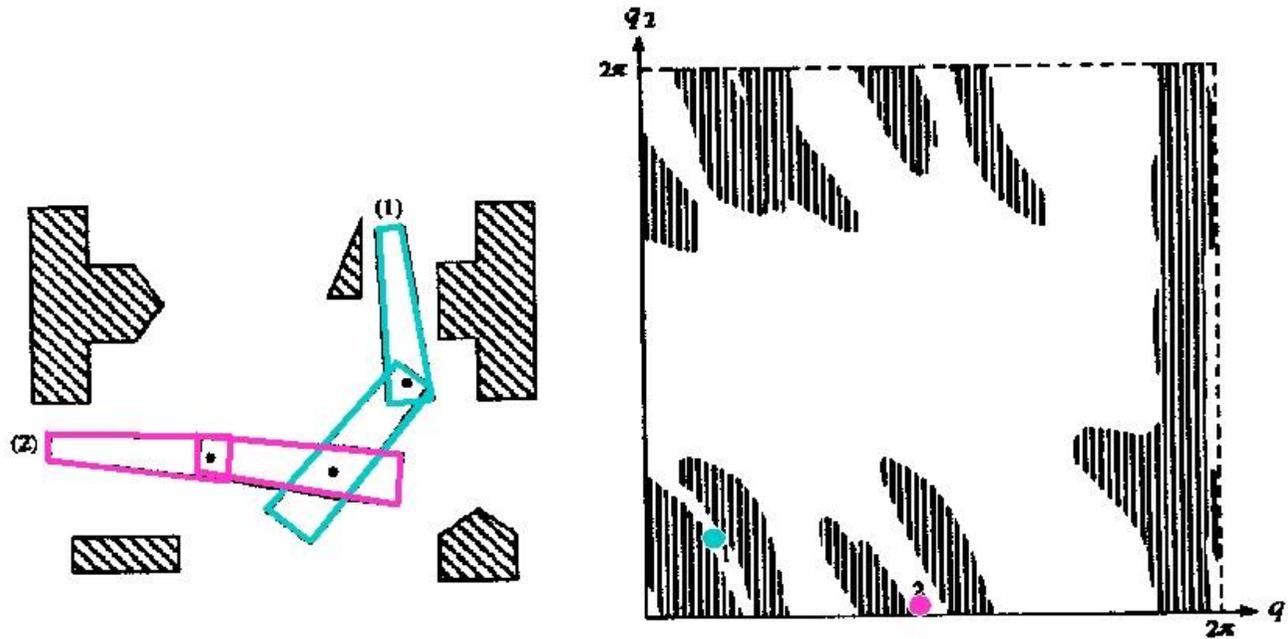
## Transformation vom Arbeitsraum zum Konfigurationsraum

- Ein Roboter mit physikalischen Größen  $\rightarrow$  ein Punkt,  
die Hindernisse im Arbeitsraum  $\rightarrow$  Konfigurationsraumhindernisse  
(*K-Hindernisse*),  
das Komplement der vereinigten *K-Hindernisse*  $\rightarrow$  der kollisionsfreie Raum  
(*Freiraum*).
- Bahnplanung für einen Roboter  $\rightarrow$  Suche einer Bahn für den Referenzpunkt  
des Artefaktes im Freiraum.

### Vom Arbeitsraum zum Konfigurationsraum: eine Illustration



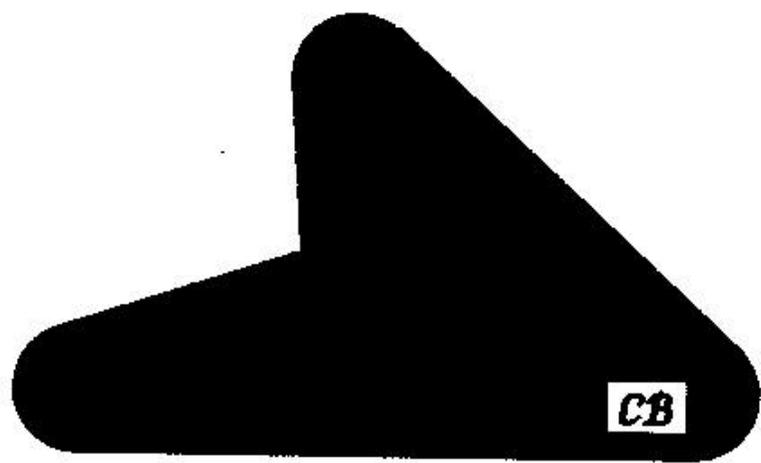
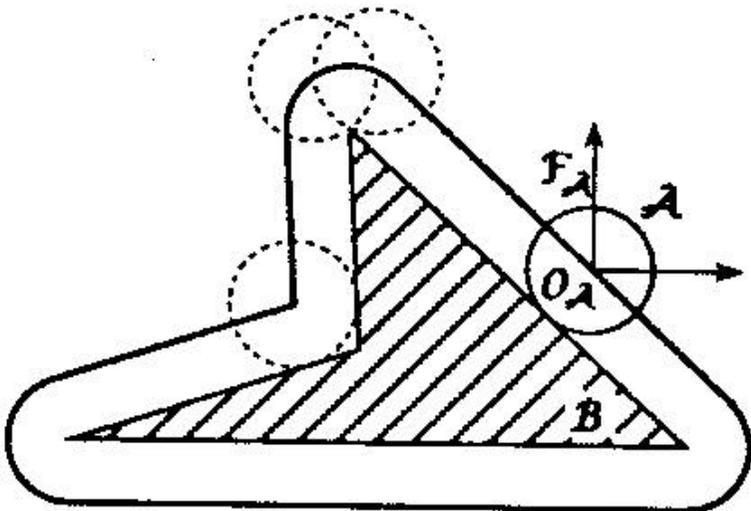
## Vom Arbeitsraum zum Konfigurationsraum: ein Beispiel



Die Topologie ändert sich nach der Transformation.

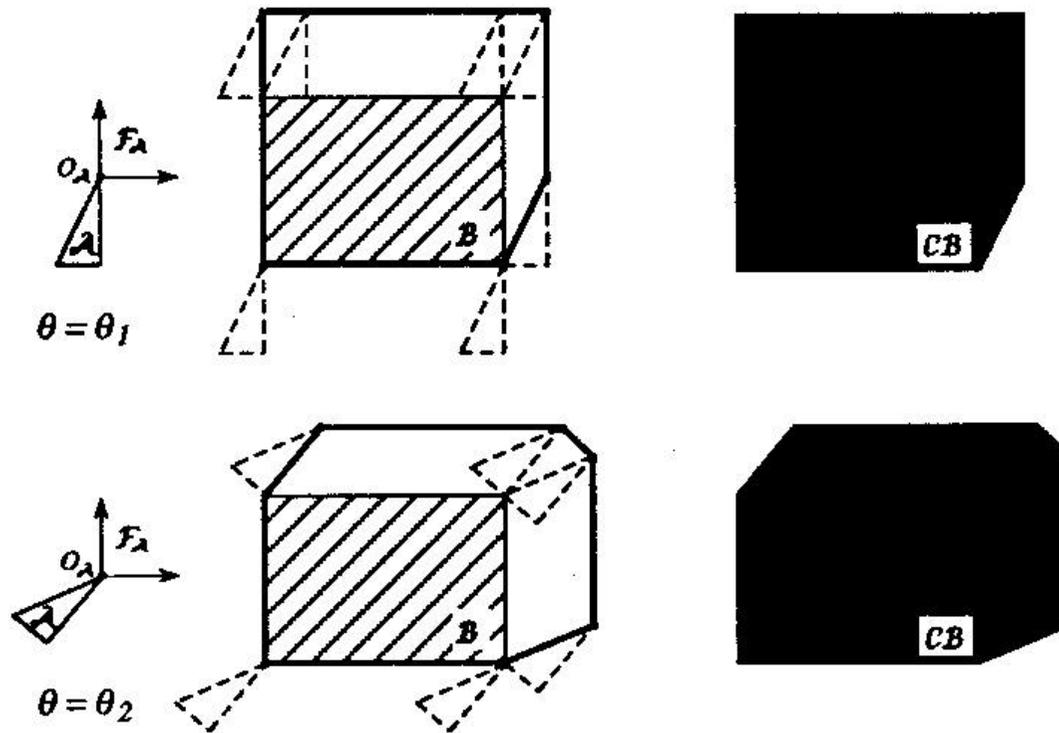
**Berechnung eines K-Hindernisses für ein kreisförmiges Objekt**

$r$ -Vergrößerung eines Hindernisses:



# Berechnung der K-Hindernisse von Polygonen

in translatorischer Bewegung:



## Berechnung eines K-Hindernisses mit Minkowski-Differenz

Ein K-Hindernis eines ortsfesten konvexen Hindernisses bzgl. eines (bewegten) konvexen Roboterteils läßt sich theoretisch einfach darstellen als **Minkowsky-Differenz** der beteiligten Objekten.

Wir können  $CO_O(H)$ , ein K-Hindernis eines ortsfesten konvexen Hindernispolyeders  $H$  bzgl. eines (bewegten konvexen Objektes  $O$ , exakt berechnen.

$CO_M(H)$ , Ein K-Hindernis eines ortsfesten konvexen Hindernispolyeders  $H$  bzgl. eines sich translatorisch bewegenden konvexen Objektes  $O$ :

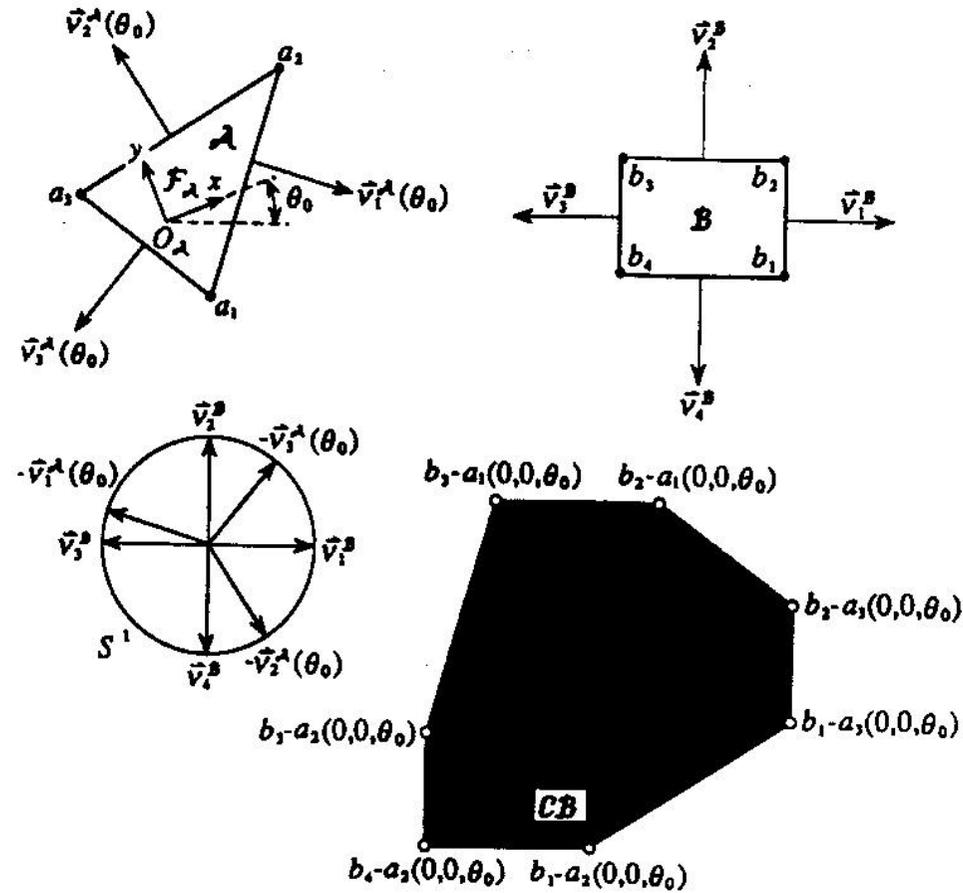
**Minkowski-Differenz (Minkowski-Summe)** von  $H$  und  $O$  ( $H$  und  $-O$ ):

$$CO_O(H) = H \ominus O = H \oplus (\ominus O)$$

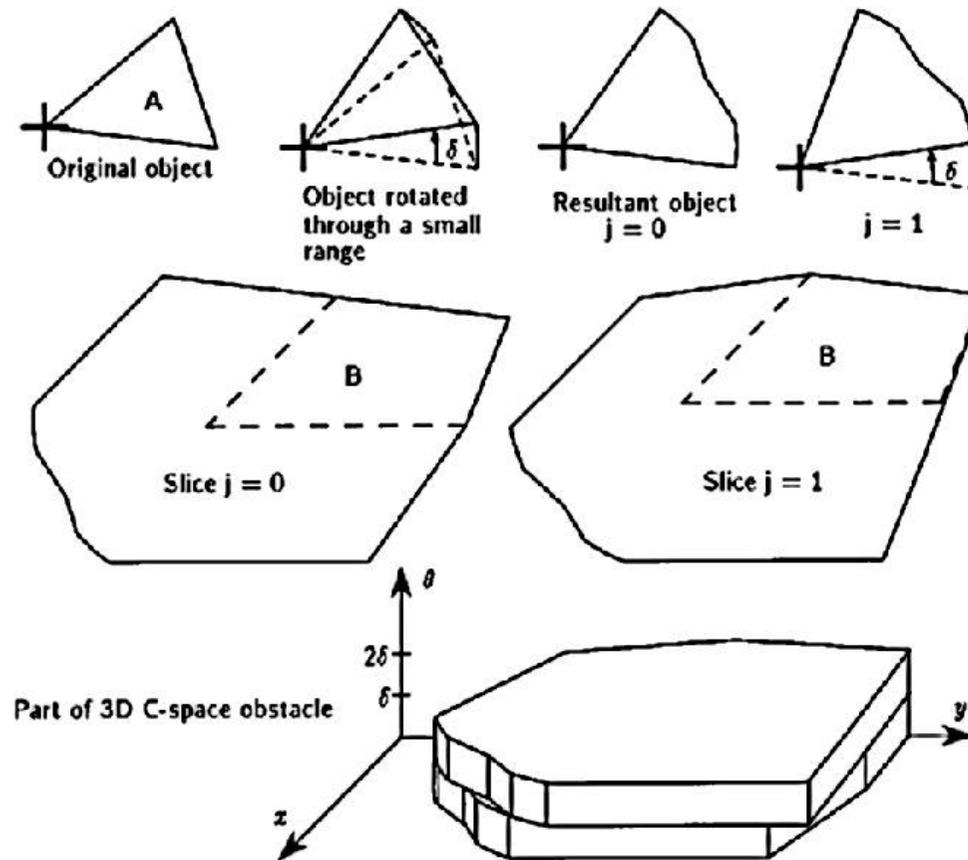
wobei

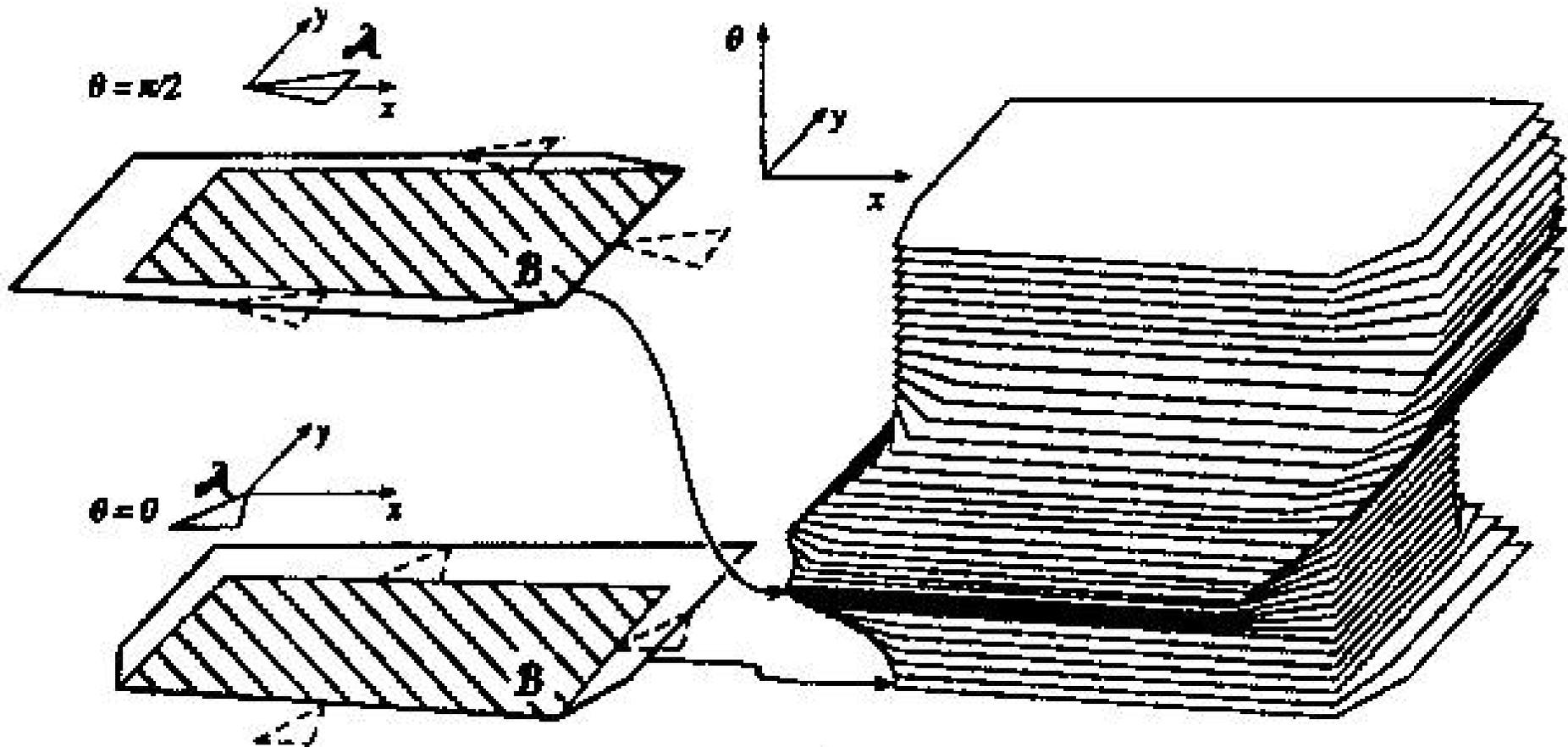
$$H \ominus O := \{h - o \mid h \in H \wedge o \in O\}$$

# Berechnung eines K-Hindernisses mit Polygonen

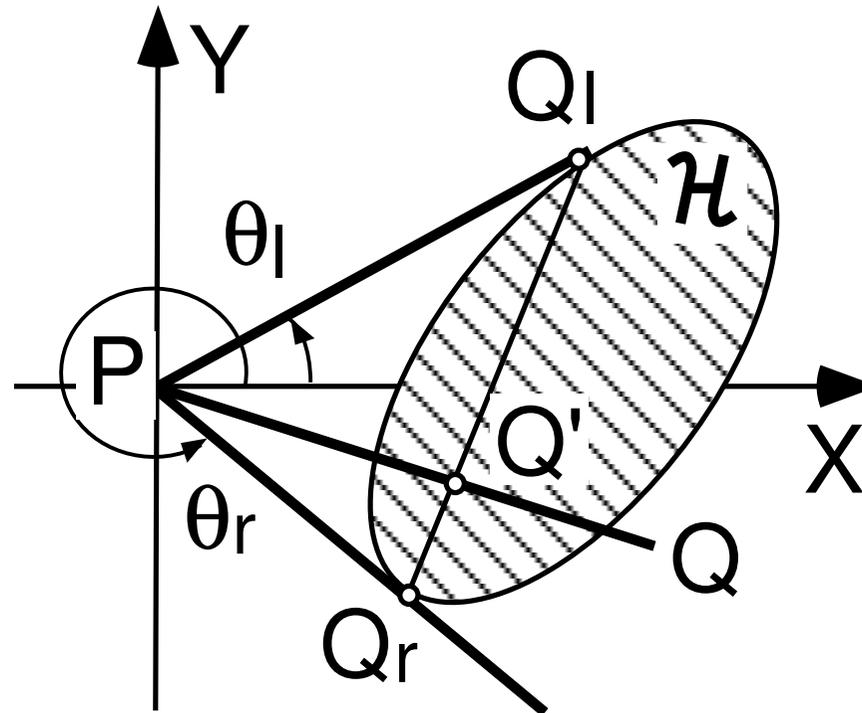


# K-Hindernisse für ein Objekt mit 2D translatorischen u

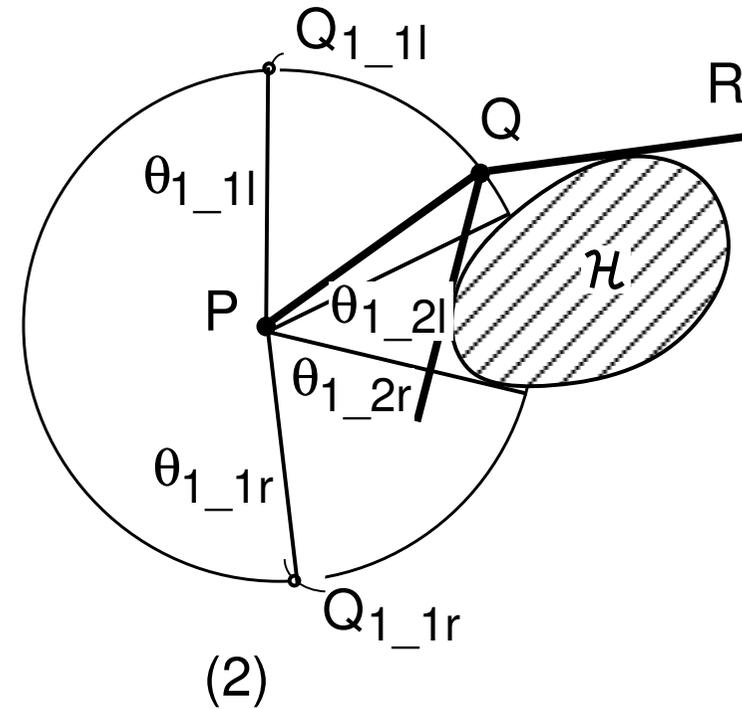
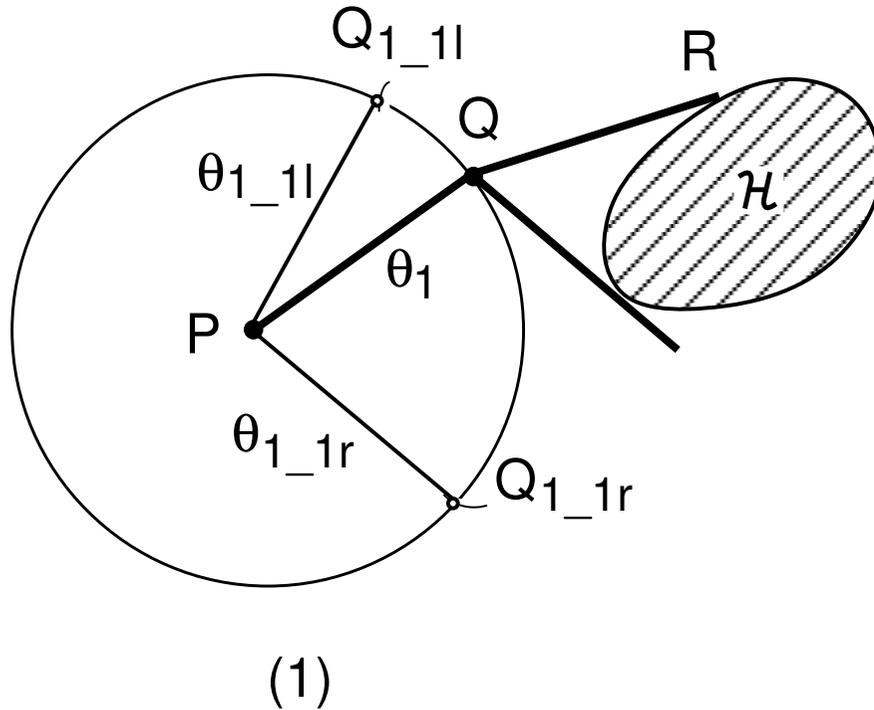




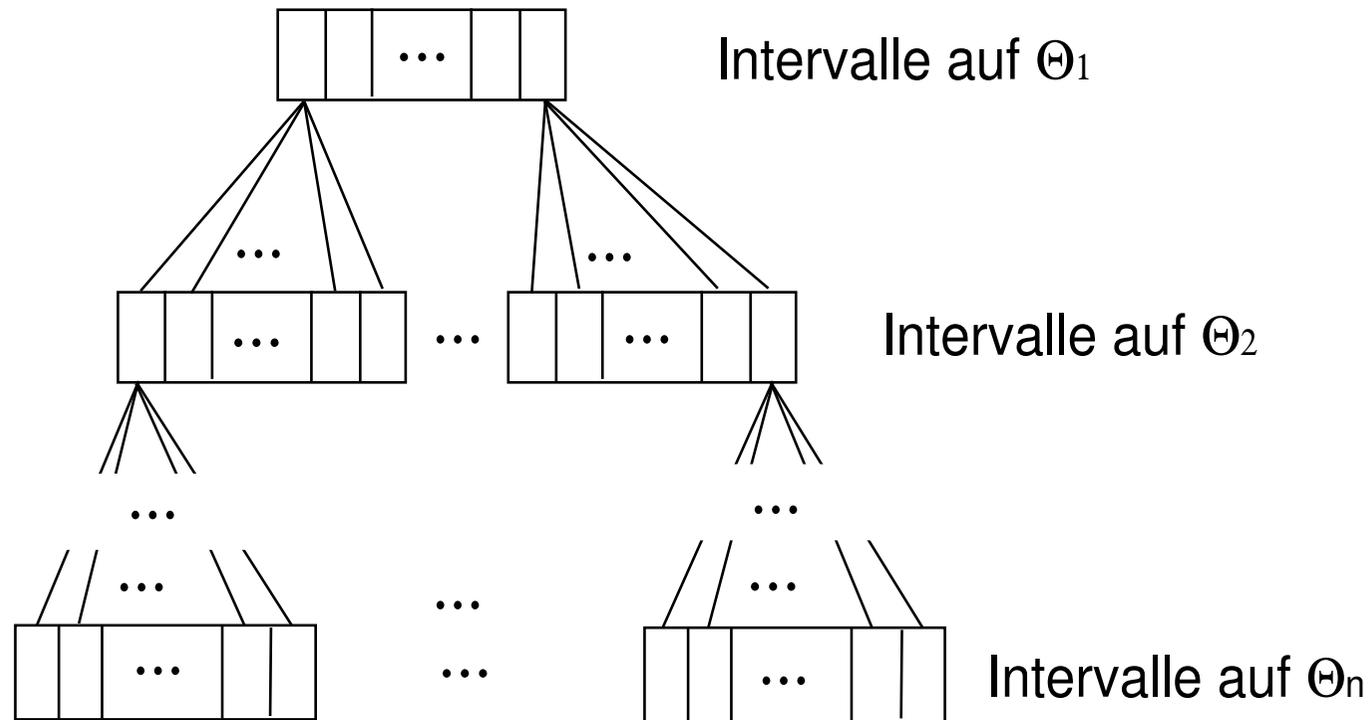
# Berechnung der K-Hindernisse für eine Stange



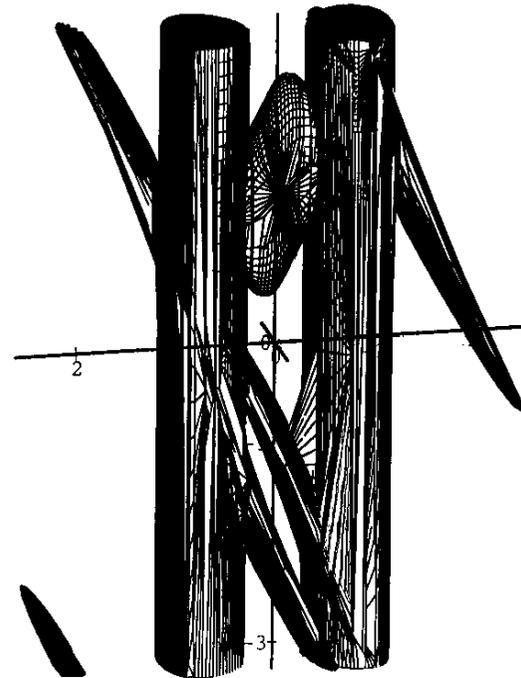
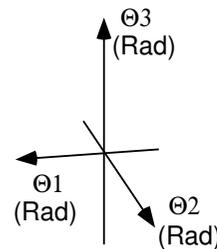
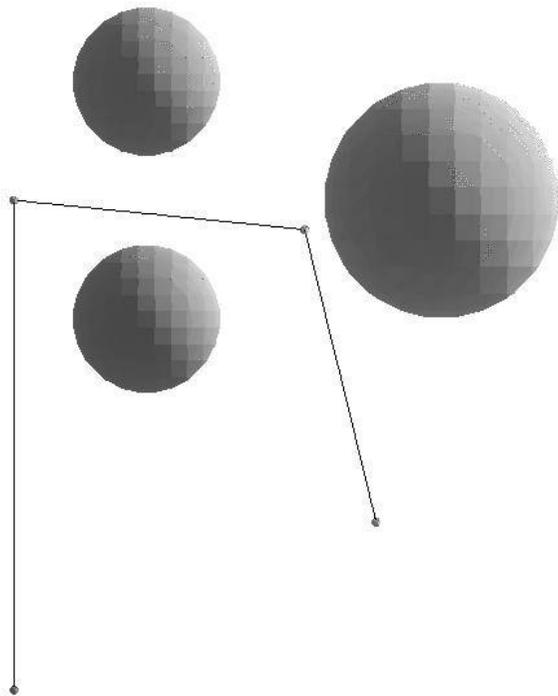
### Berechnung der K-Hindernisse für eine 2D Stangenkette



# Baumstruktur zur Zerlegung des Konfigurationsraums



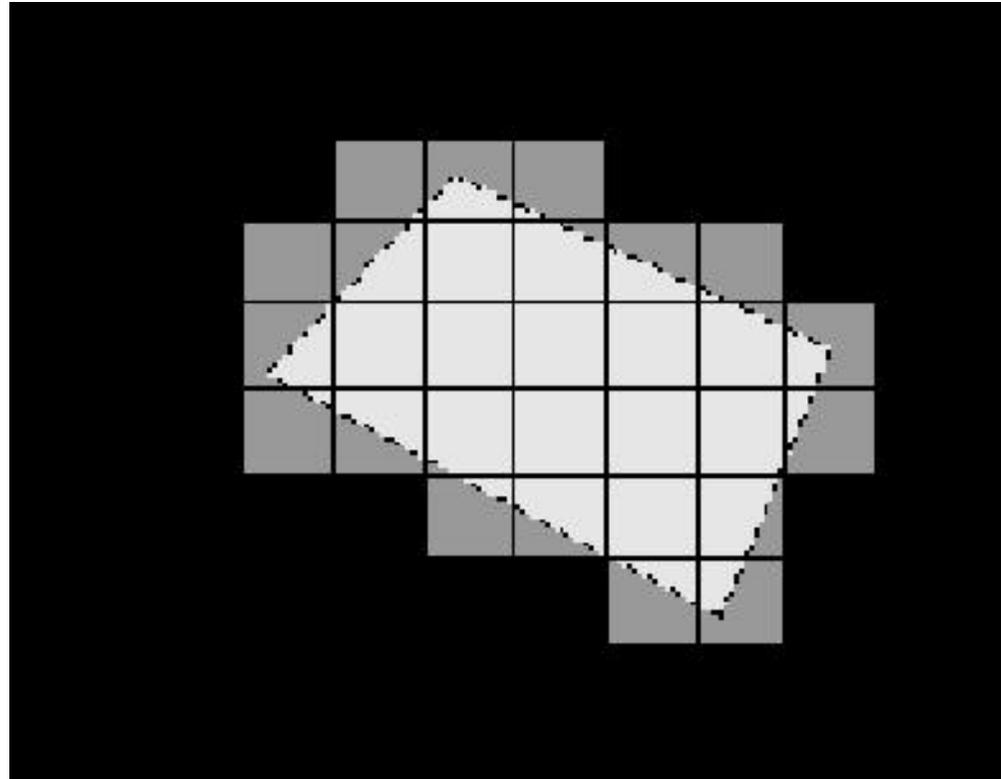
# Konfigurationsraum für eine 3D Stangenkette



# Repräsentation des Konfigurationsraums durch Zerlegung

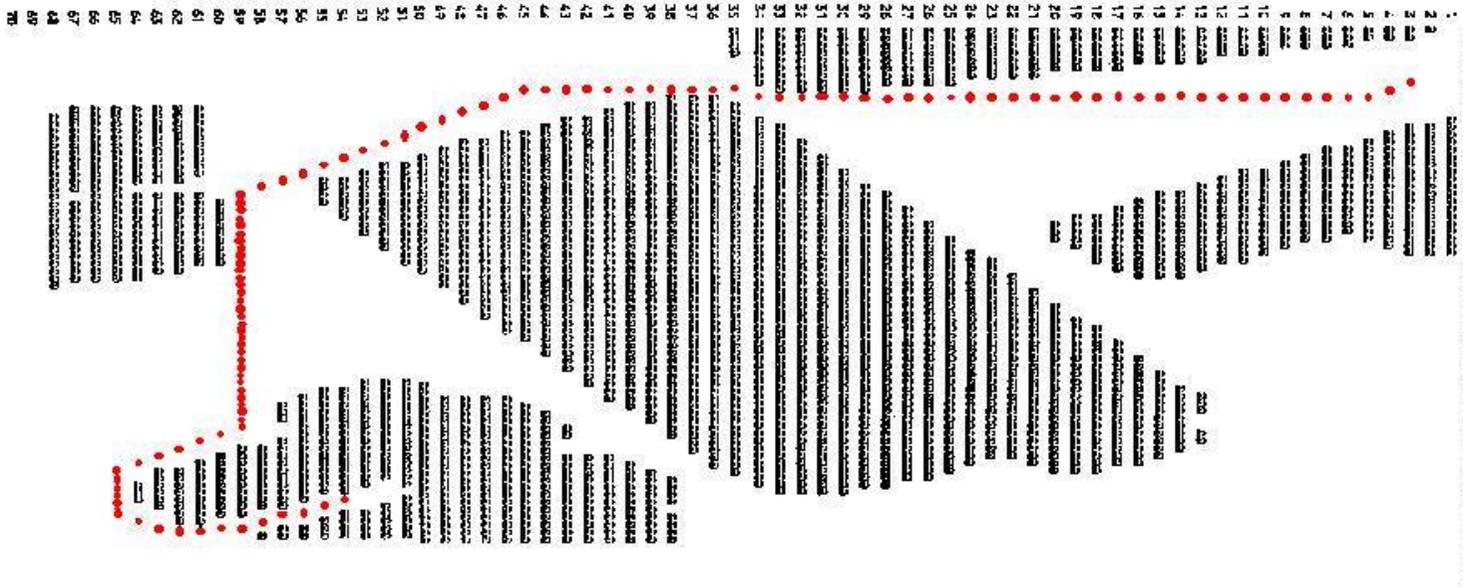
- Geometrische Zerlegung über
  - ◆ gleichmäßige Kuben
  - ◆ eine hierarchische Baumstruktur (Viererbaum, Achterbaum, usw.)
  - ◆ Scheiben und Scanlinien
  - ◆ “Luftblasen” flexibler Größe
- Topologische Zerlegung
  - ◆ mit überlappenden verallgemeinerten Kegeln
  - ◆ mit kritischen Punkten der K-Hindernisse

# Kubenerlegung des Konfigurationsraums

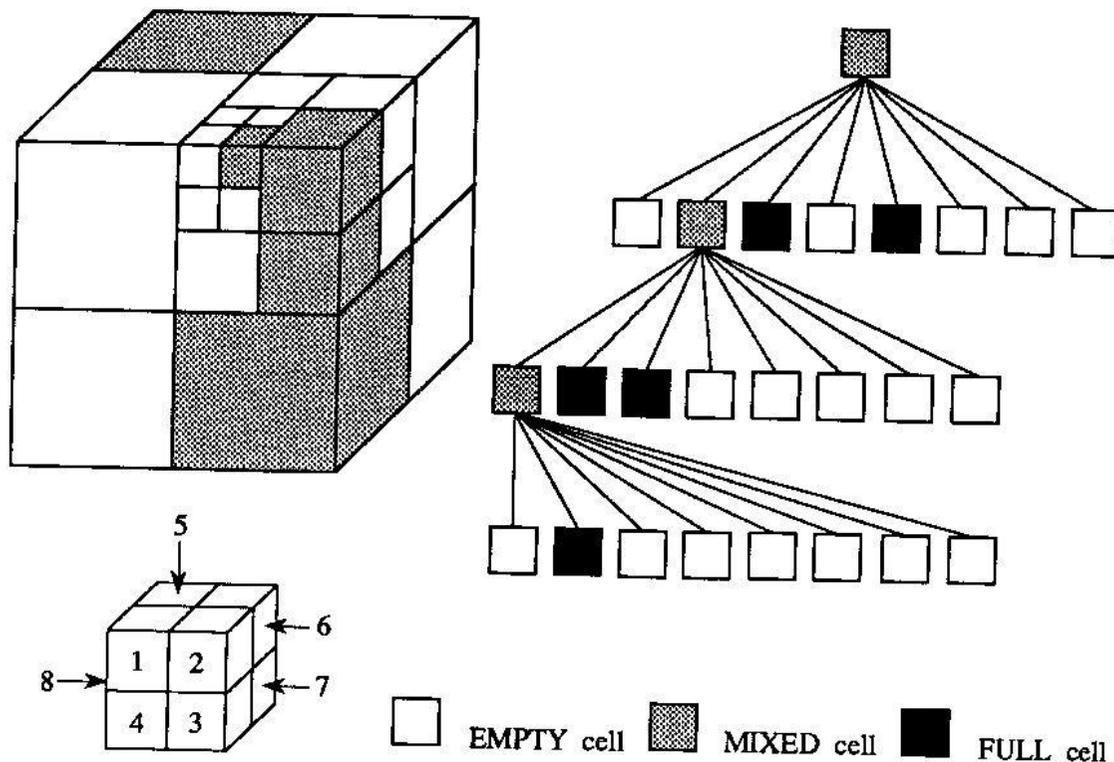


Das erzeugt ein Bitmap für einen Konfigurationsraum

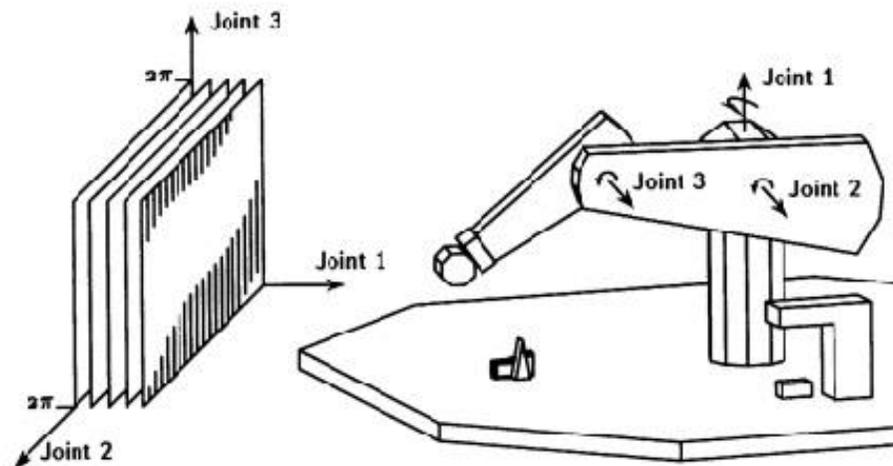
# Zerlegung eines Konfigurationsraums mit Quadraten



# Achterbaum-Zerlegung des Konfigurationsraums

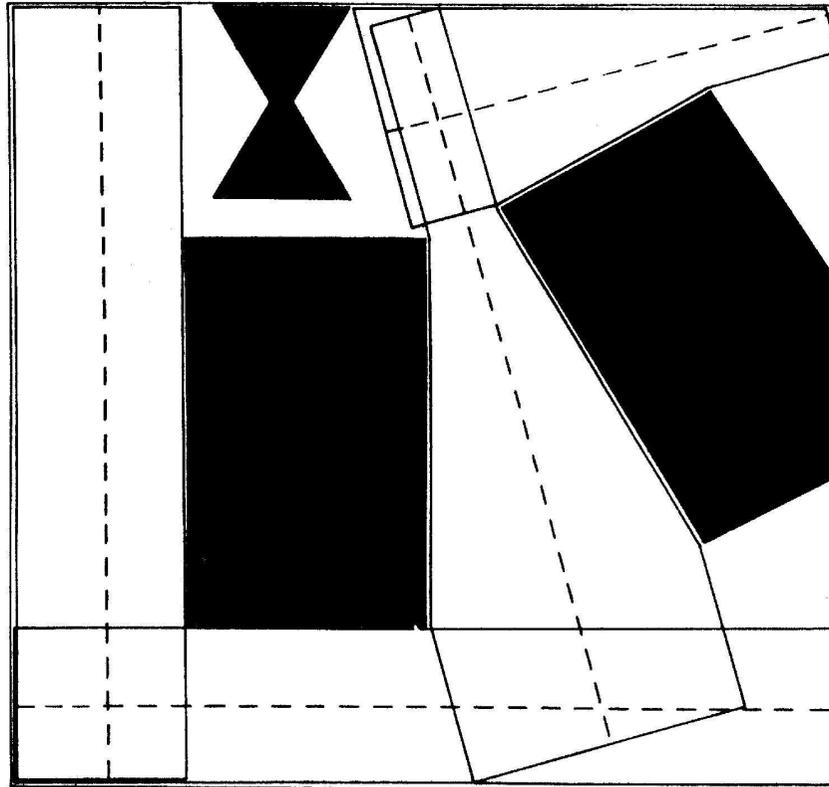


# Scanlinien eines 3D Konfigurationsraums



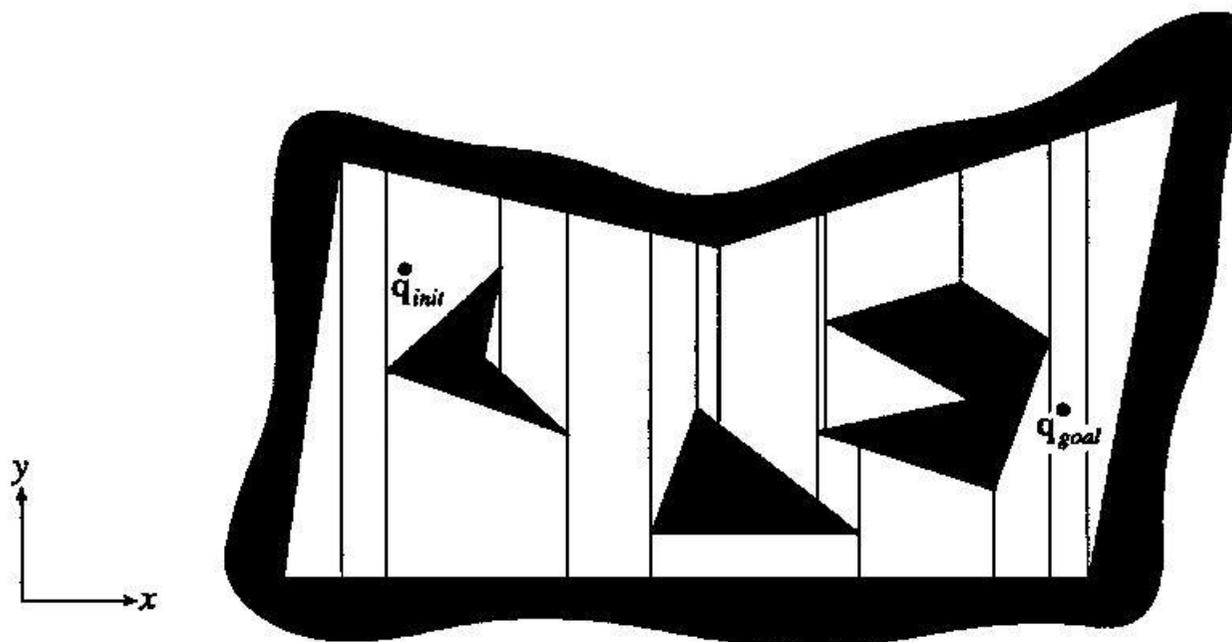
Komplexität:  $r^{d-1} f(m)$  zur Abbildung der K-Hindernisse, wobei  $r$ : die Anzahl der Diskretisierungsschritte in jedem Freiheitsgrad,  $d$ : Freiheitsgrad des Roboterarms,  $f(m)$ : die Rechenzeit einer Scheibe – eine Funktion der Kantenanzahl aller Hindernisse – ist.

# Repräsentation des Freiraums mit verallgemeinerten Ke



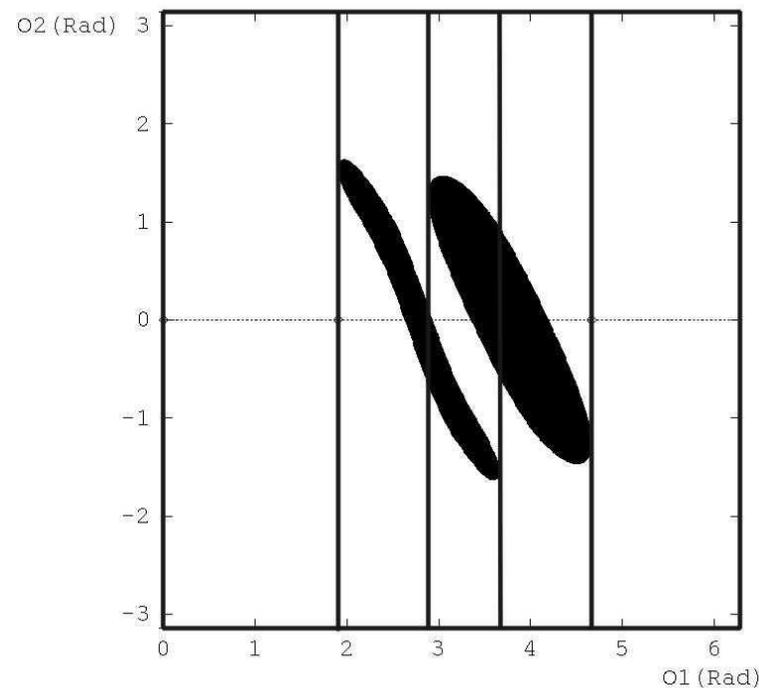
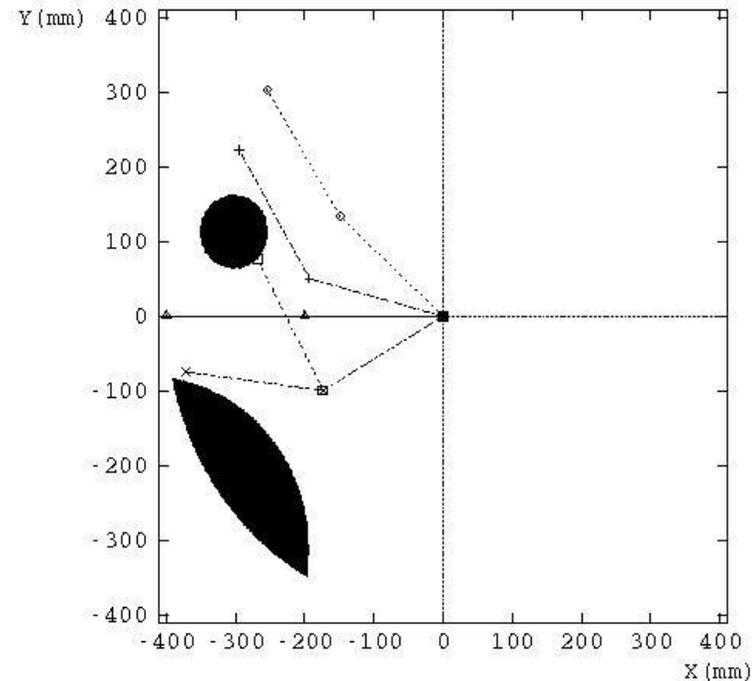
# Exakte Zerlegung eines Konfigurationsraums

das ist ein Beispiel der trapezoiden Zerlegung

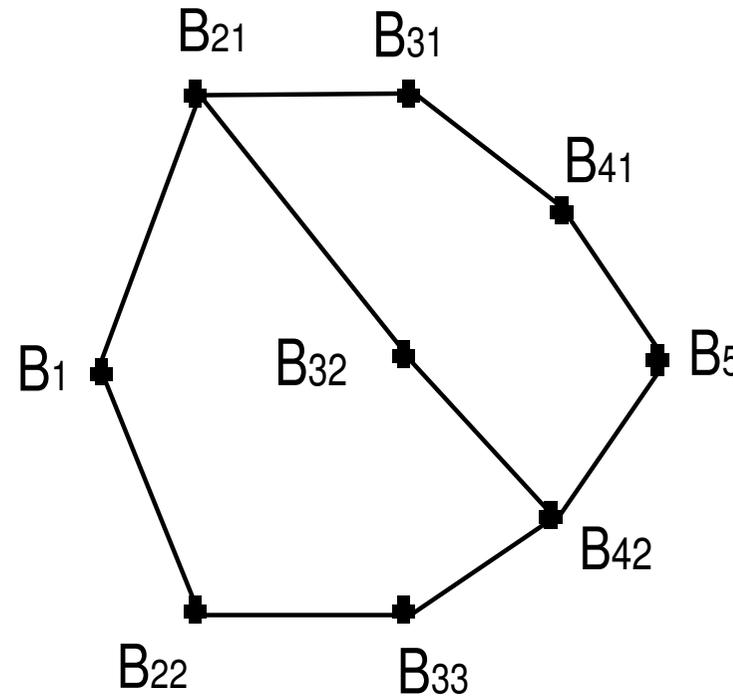
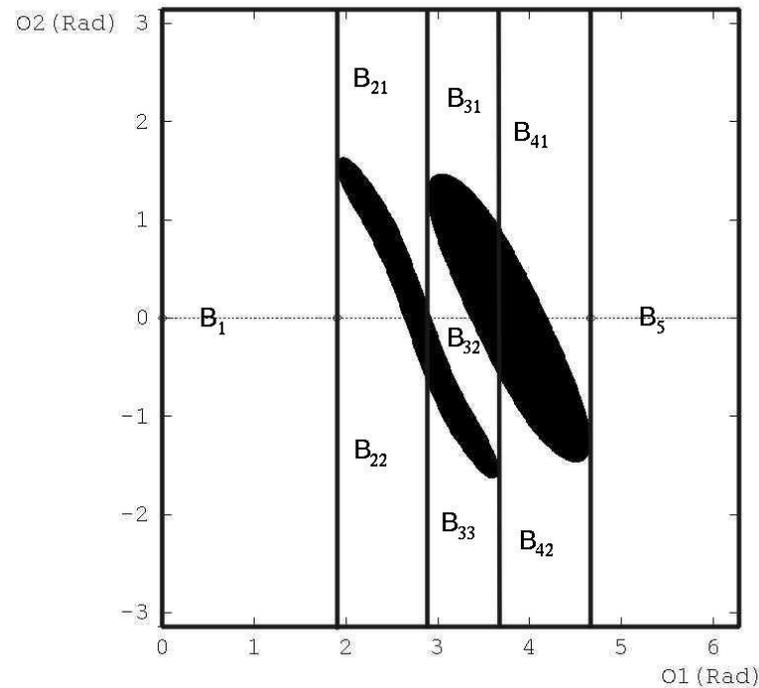


# Beispiel einer exakten Zerlegung mit kritischen Punkten

das ist ein Beispiel der zylindrischen Zerlegung

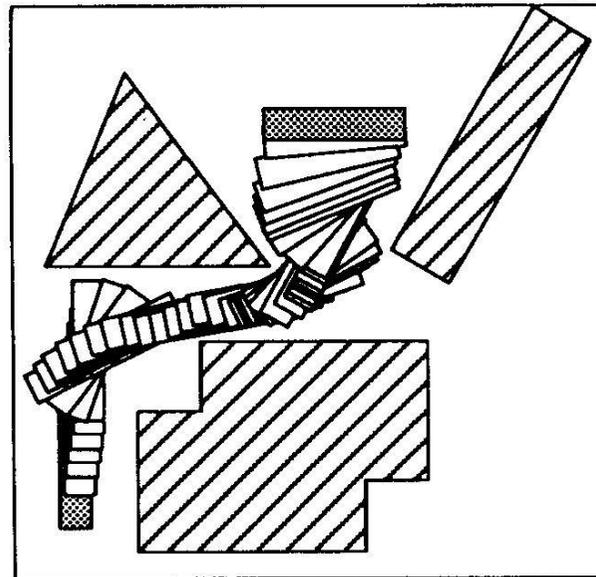


# Beispiel einer exakten Zerlegung und eines Verbindungs



# Planungsergebnisse

“Piano-Mover”:



Manipulatoren:

Lozano-Perez 92 *HANDEY*

3D Konfigurationsraum (auf einem seriellen Rechner)

Bis zu 6D Konfigurationsraum (auf massiv-parallelen Rechnern)

# Zusammenfassung: Zerlegungsbasierte Bahnplanung

Vorteile:

- Vollständigkeit bei einer ausreichenden Auflösung
- globale Übersicht

Nachteile:

- großer Speicherbedarf
- relativ schwer zu implementieren
- praktisch implementierbar nur für wenige Freiheitsgrade

⇒ Bahnplanung ohne explizite Repräsentation der Freiraumgeometrie?