

Alexander Jan Luczak, Seminar: Inside A Physics Engine

Inverse Kinematik – Einführung (+ Godot)

Forward Kinematik & Inverse Kinematik

Forward / Vorwärts:

Winkel der Gelenke → Position des Endeffektors

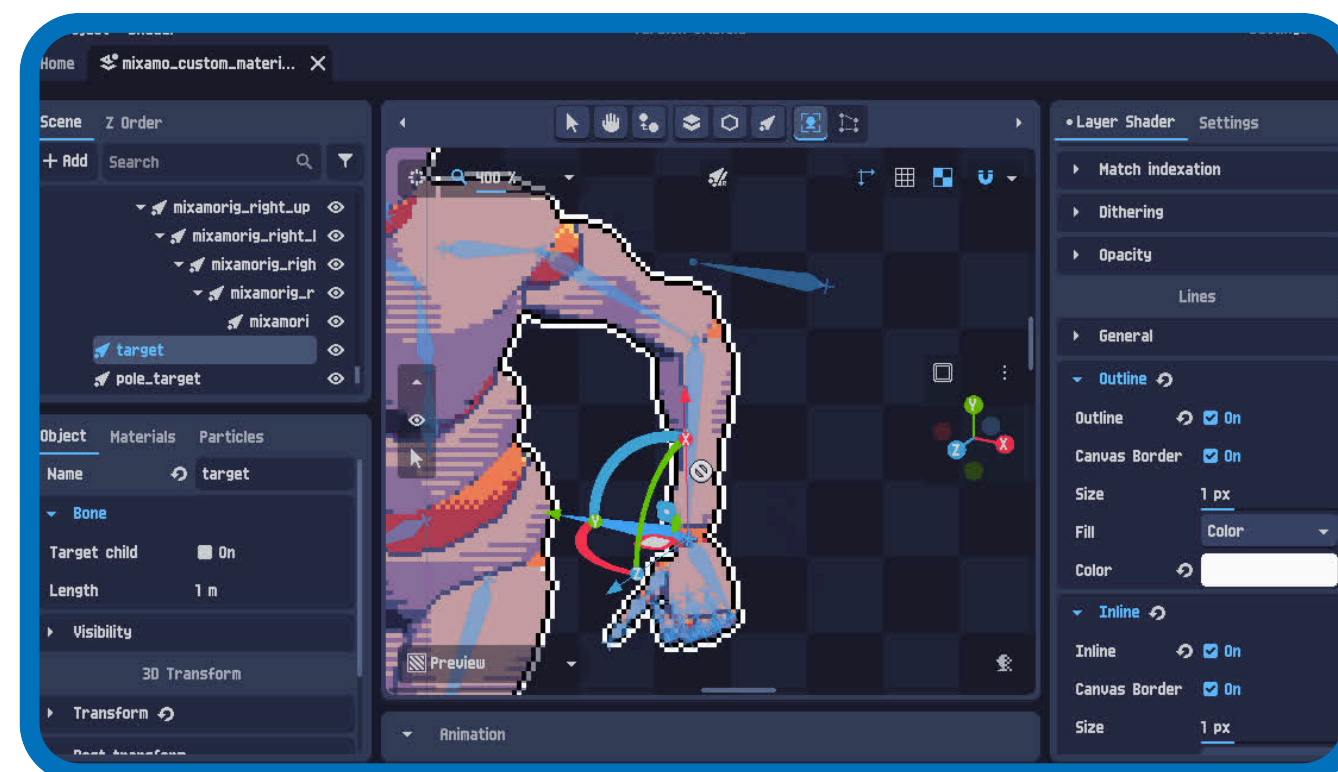
Inverse / Rückwärts:

Position des Endeffektors → Winkel der Gelenke

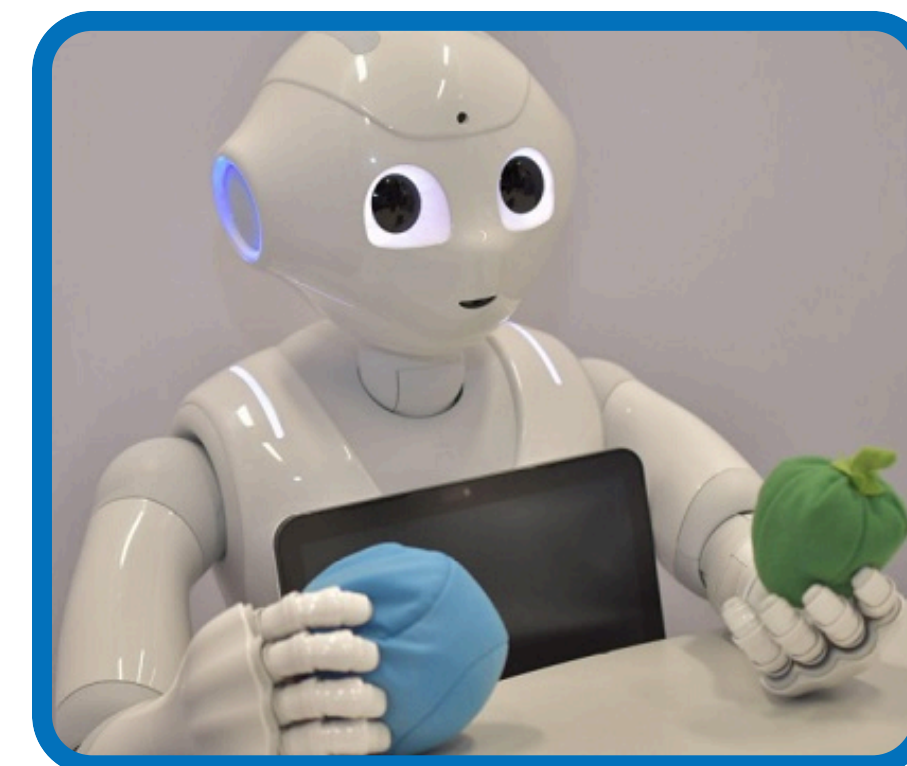
Anwendungsgebiete



[1] Abb.: Screenshot aus „The Legend of Zelda: Ocarina of Time“ (Nintendo, 1998)



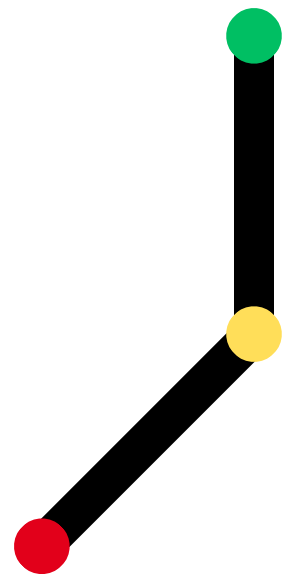
[2] Abb.: Deakcor, PixelOver Devlog 0.15.1 (2024)



[3] UHH/Knowledge Technology, Pepper

Forward Kinematik & Inverse Kinematik

Forward / Vorwärts:



Winkel der
Gelenke
↓
Position des
Endeffektors

Inverse / Rückwärts:



Position des
Endeffektors
↓ ?
Winkel der
Gelenke



Zwischendemo: C-Space

<https://robotics.cs.unc.edu/C-space/>

Methoden der Inversen Kinematik

**Analytisch
(geschlossen)**

**Datengetrieben
(KI)**

Heuristisch

**Numerisch
(iterativ)**

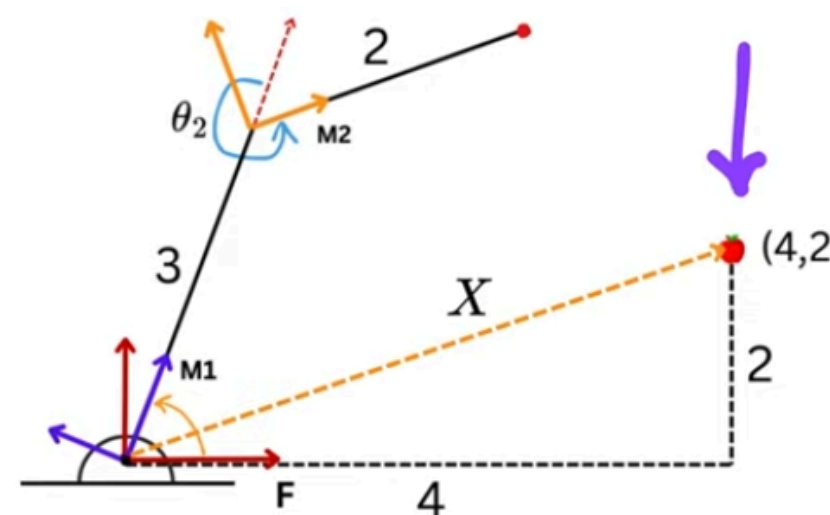
**Optimierungs-
basiert**

Analytische (geschlossene) Lösungen

- Direkte mathematische Formeln
 - Trigonometrie
 - Algebra
- Nur für einfache Geometrien (< 6 DOG)
- Anwendung
 - Industrieroboter
 - Einfache Greifarme

$$T = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2) & -\sin(\theta_1 + \theta_2) & 3 \cos \theta_1 + 2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ \sin(\theta_1 + \theta_2) & \cos(\theta_1 + \theta_2) & 3 \sin \theta_1 + 2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$X = Tx \quad x = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$



Numerische (iterative) Verfahren

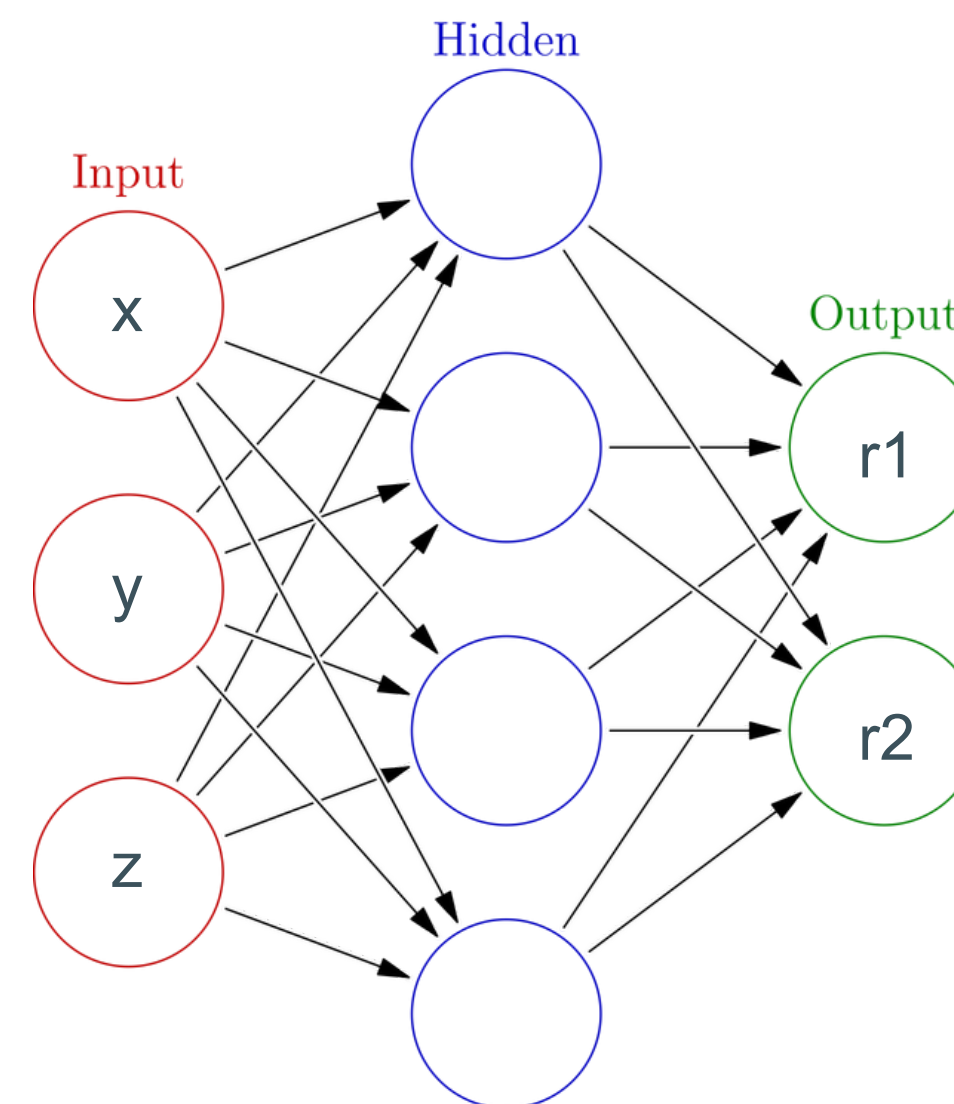
- Iterative Funktionsweise:
 - a. Abstand messen
 - b. Umrechnen
 - c. Bewegen
- Besser für längere Arme
- Rechenbedarf hoch

$$J = \begin{matrix} \text{Joint 1} & \text{Joint 2} & & \text{Joint } n \\ \downarrow & \downarrow & & \downarrow \\ \left[\begin{array}{ccc} \frac{\partial x}{\partial \theta_1} & \frac{\partial x}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial x}{\partial \theta_n} \\ \frac{\partial y}{\partial \theta_1} & \frac{\partial y}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial y}{\partial \theta_n} \\ \frac{\partial z}{\partial \theta_1} & \frac{\partial z}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial z}{\partial \theta_n} \end{array} \right] & \begin{array}{l} \leftarrow \text{End effector } x \text{ coordinate} \\ \leftarrow \text{End effector } y \text{ coordinate} \\ \leftarrow \text{End effector } z \text{ coordinate} \end{array} \end{matrix}$$

Datengetriebene Lösungsansätze (KI)

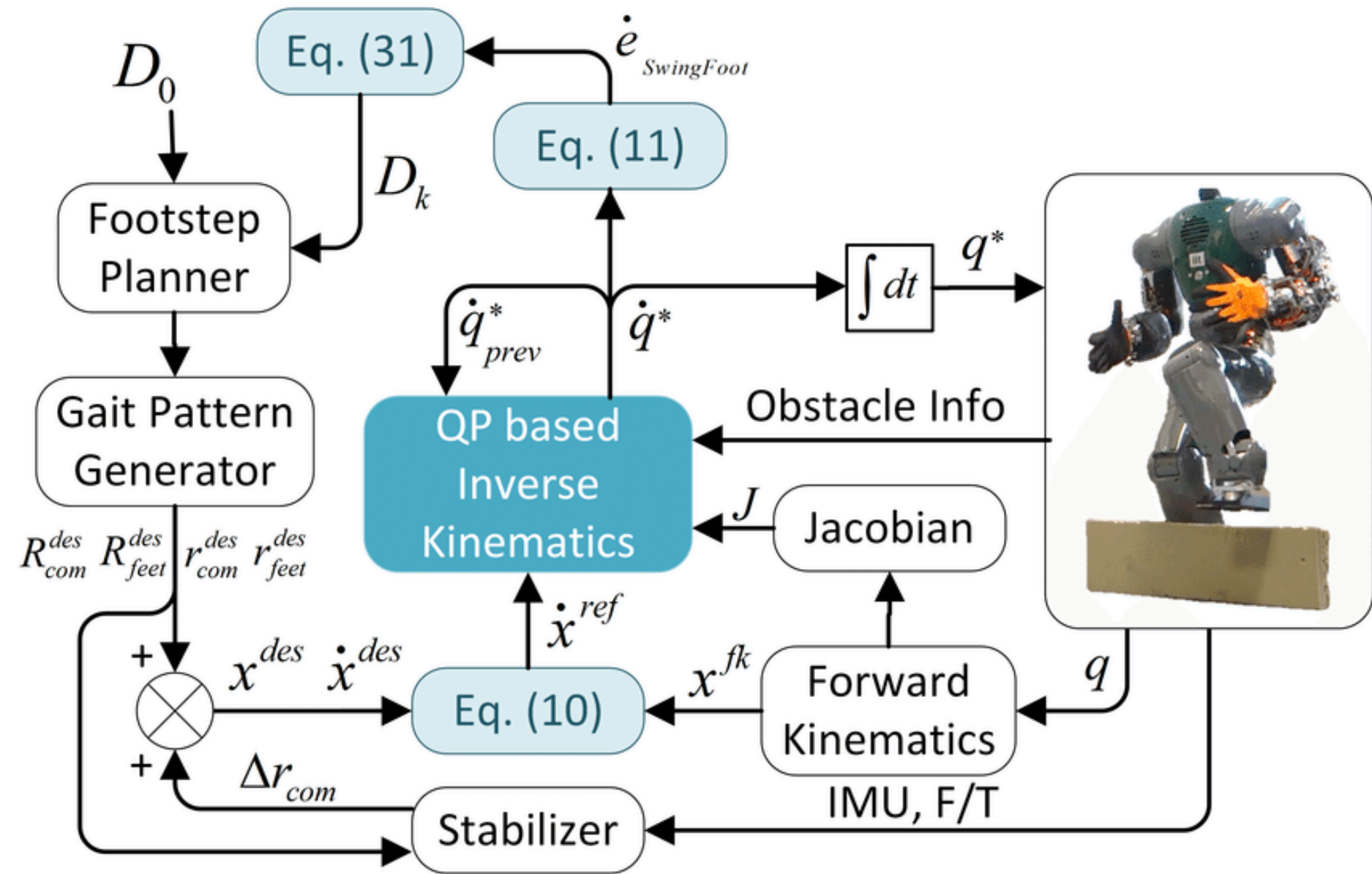
- Lernen durch Erfahrung
- Sehr schnell & adaptiv
- Gut für hochkomplexe Systeme

- Aber Black-Box Prinzip



Optimierungsbasierte Lösungen

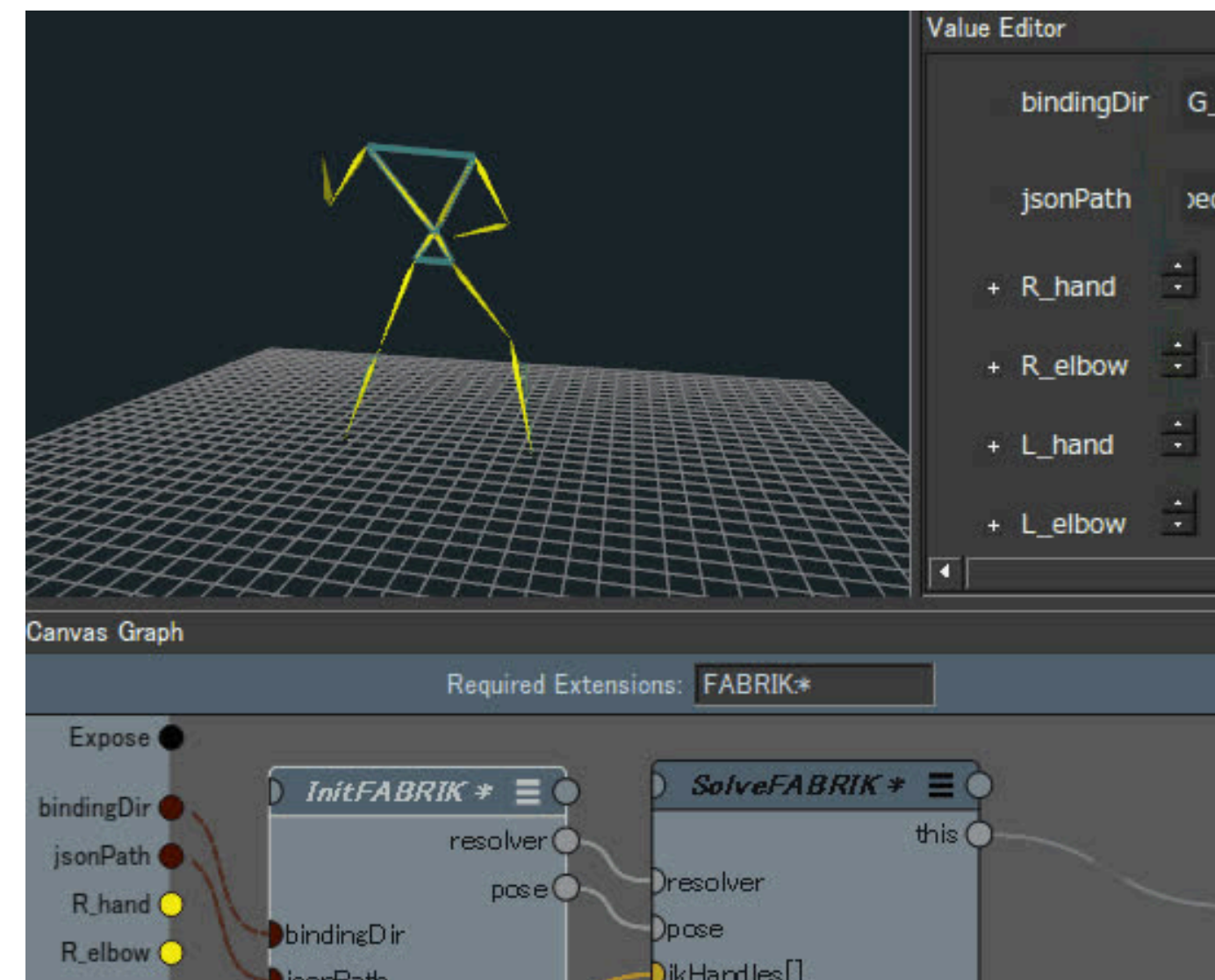
- Minimierung einer Kostenfunktion
- Adaptiv aber rechenintensiv
- Gut für zusätzliche Bedingungen
 - Stromkosten, Kollision, etc.
- Sinnvoll in mobilen und humanoiden Robotern



Heuristische Verfahren

- Geometrische Annäherungsstrategien
- Sehr effizient (Echtzeitfähig)
- Fokus auf visueller Plausibilität
- Genutzt in VR und Videospielen

- Teilweise mathematisch unpräzise



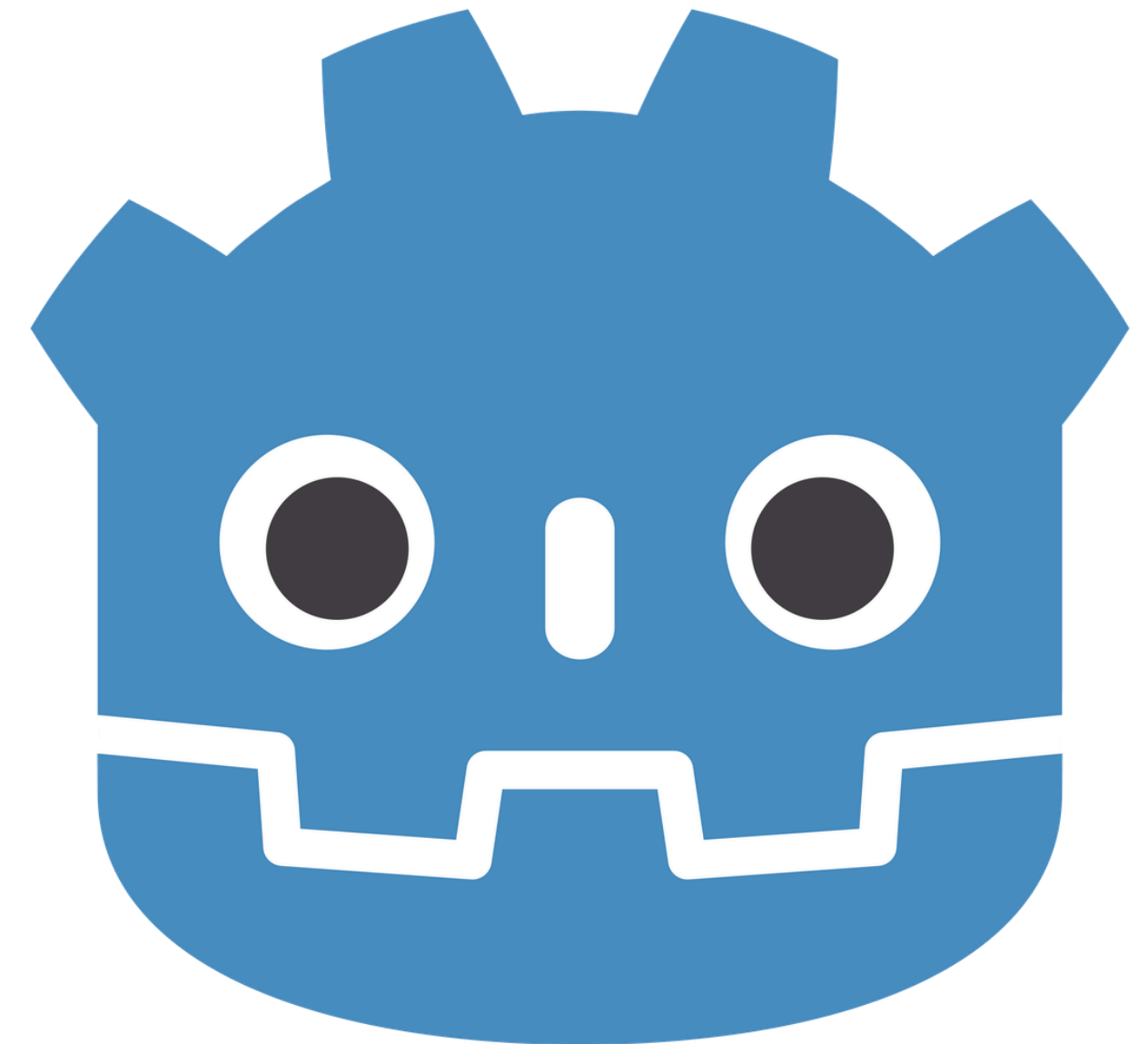
Übersicht:

Methoden	Genauigkeit	Effizienz	max. Problemkomplexität
Analytisch	Maximal (Exakt)	Sehr hoch	Gering
Numerisch	Sehr hoch (Iterativ)	Mittel	Hoch
Datengetrieben	Mittel (Approximiert)	Sehr hoch	Sehr hoch
Optimierung	Hoch	Gering	Hoch
Heuristisch	Gering	Sehr hoch	Hoch

In Godot:

- TwoBoneIK3D
- **CCDIK3D**
- **FABRIK3D**
- JacobianIK3D

(Alle auch mit Skeleton2D)



CCD - Cyclic Coordinate Descent

- Startet am letzten Glied
- Berechnet optimalen Winkel
- Geht zum nächsten Glied über

CCD - Cyclic Coordinate Descent

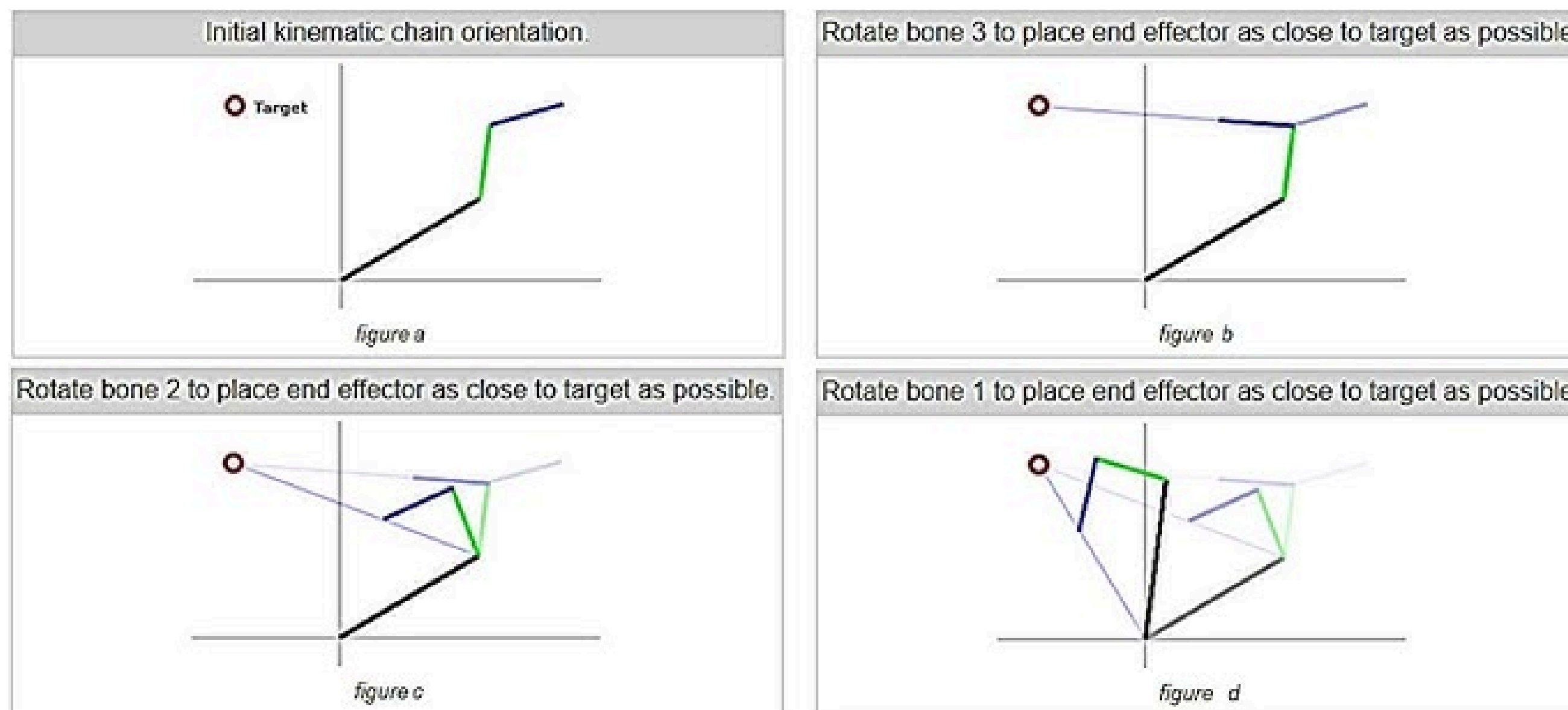


Abb.: "Numerical Inverse Kinematics Using the CCD Method"

Zwischendemo: CCD

In Godot

FABRIK - Forward and Backward Reaching IK

- Backward Reach:
 - Endeffektor wird auf das Ziel gesetzt
 - Iterativ werden die Glieder bis zur Root angepasst
 - Danach nicht unbedingt am Ursprung
- Forward Reach:
 - Erster Effektor wird auf die Root gesetzt
 - Iterativ werden alle Glieder bis zum Endeffektor angepasst
- Wird wiederholt

FABRIK - **Forward** and Backward Reaching IK

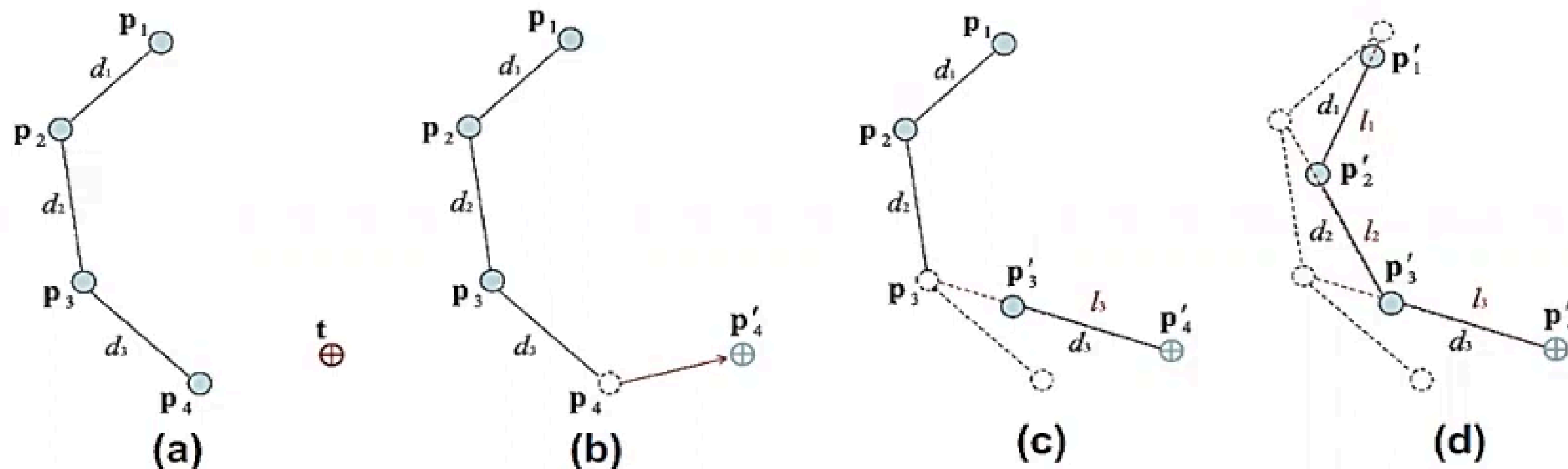


Abb.: "FABRIK - A simple algorithm for Inverse Kinematics"

FABRIK - Forward and **Backward** Reaching IK

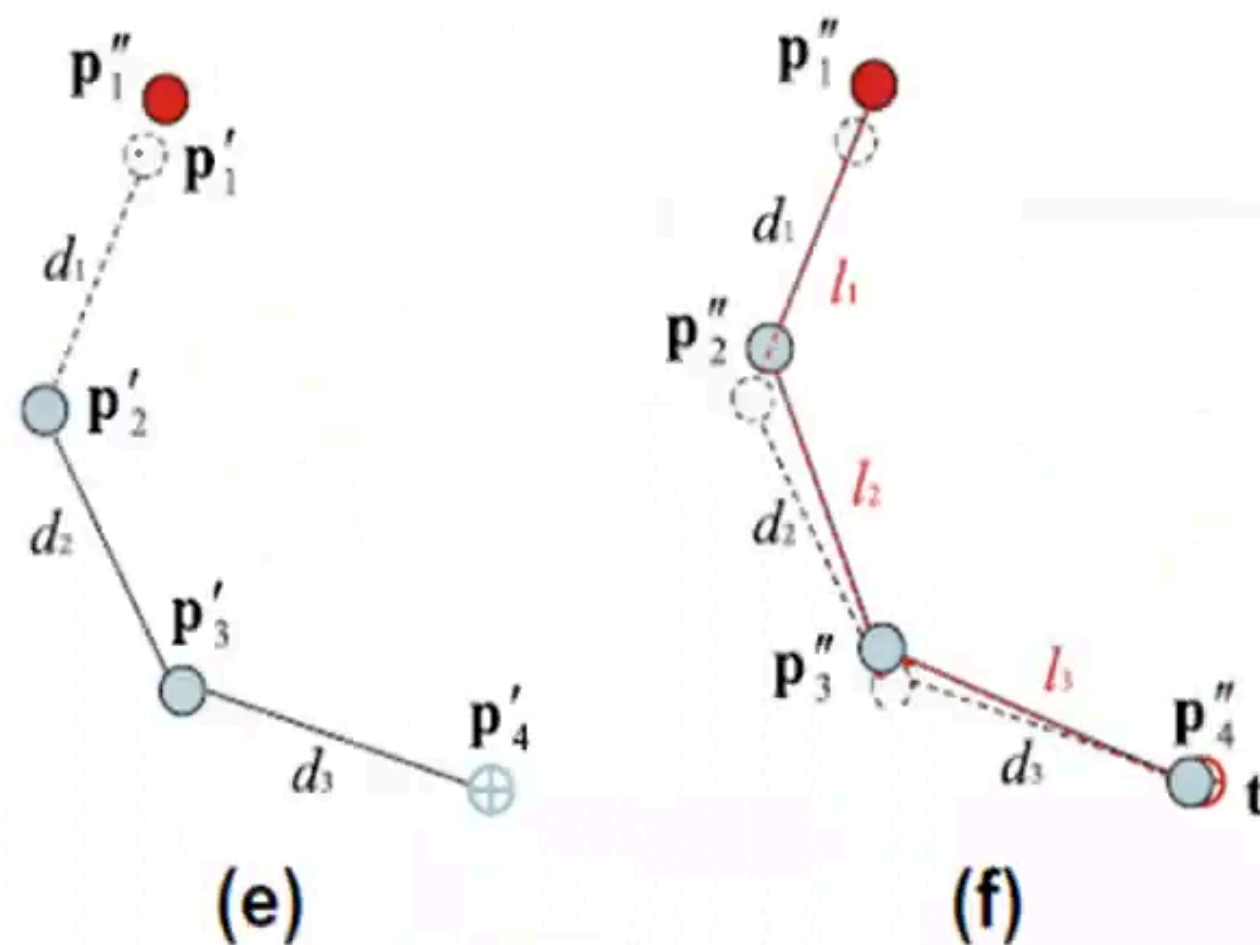


Abb.: “FABRIK - A simple algorithm for Inverse Kinematics”

Zwischendemo: FABRIK

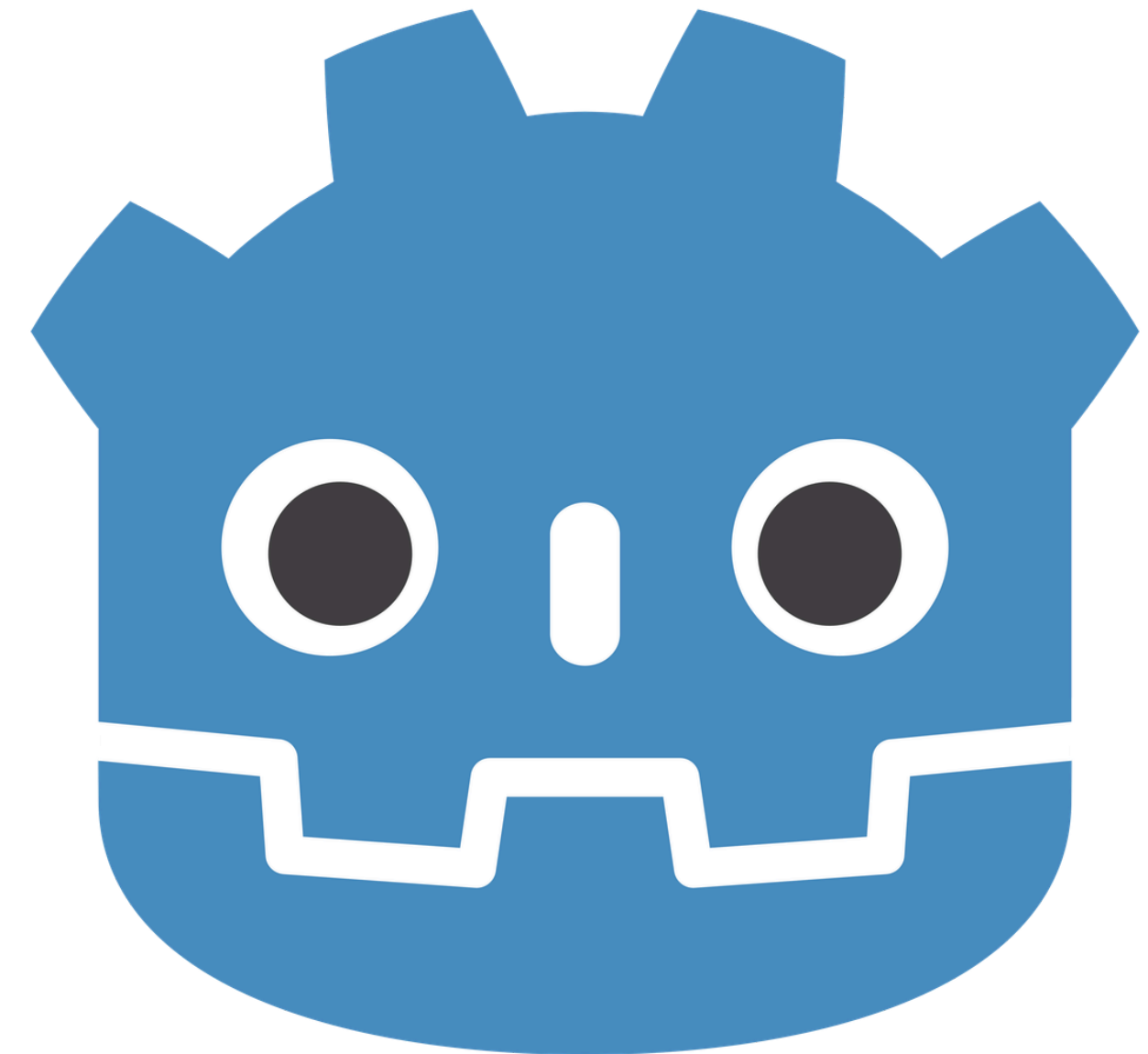
<https://editor.p5js.org/rjgilmour/sketches/wwA3D1ZUg>

CCD oder FABRIK?

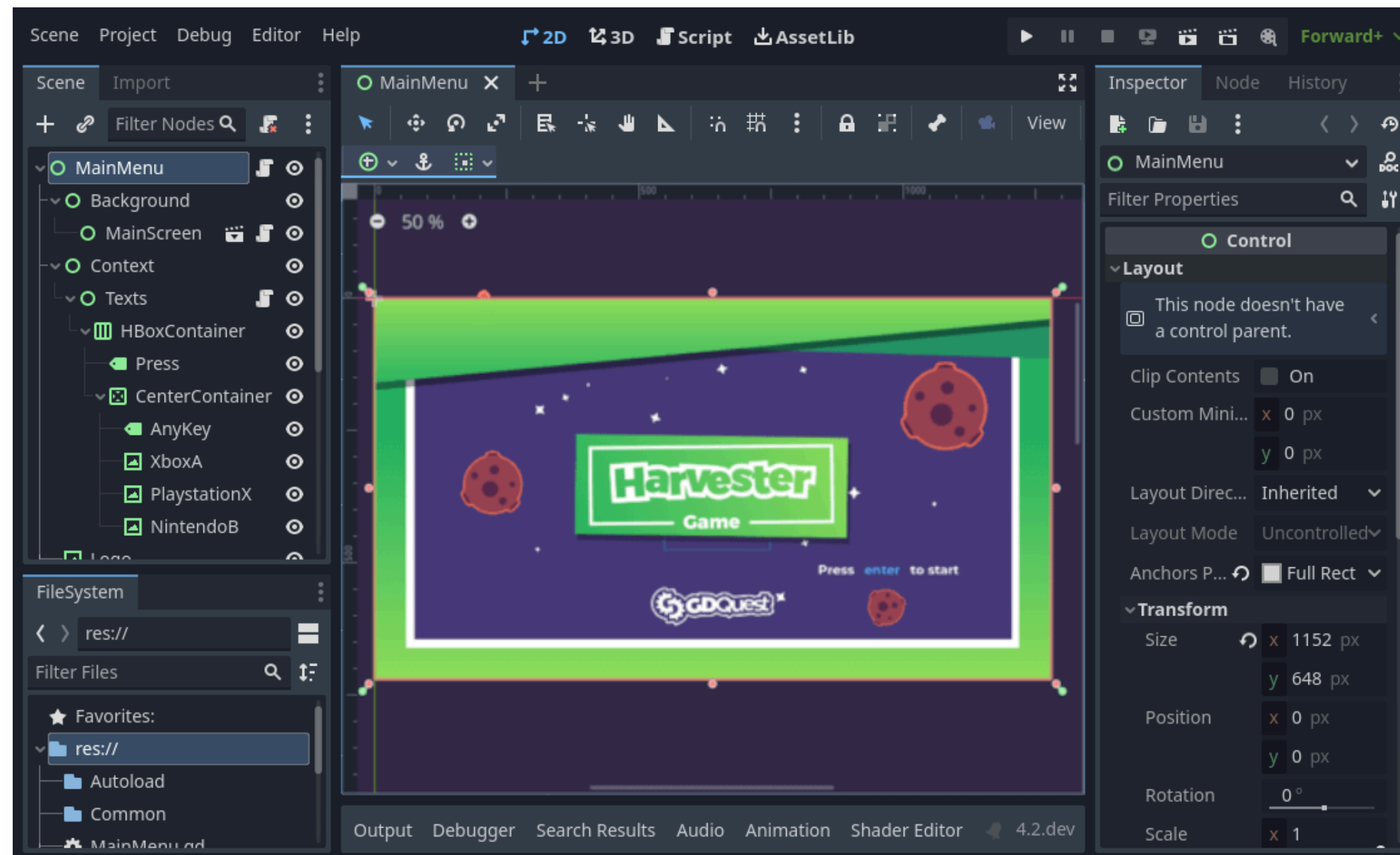
Kurze Einführung in Godot (4.6)

Was ist Godot?

- Game Engine
- Kostenlos & Open Source
- All-In-One Editor
- Nutzt GDscript oder C#
- Bekannt für Indie Games, wie
 - Slay the Spire 2
 - Buckshot Roulette



Grundprinzip: Nodes und Scenes



Demonstration in Godot