



Aufgabenblatt 6 Ausgabe: 28.11., Abgabe: 05.12. 24:00

Gruppe	
Name(n)	Matrikelnummer(n)

Aufgabe 6.1 (Punkte 10+10)

Codierung: Die 26 Buchstaben des Alphabets sollen in einem zyklisch-einschrittigen Binärcode „durchgezählt“ werden.

- (a) Entwickeln Sie einen Code mit dem rekursiven Verfahren aus der Vorlesung.
- (b) Kann man den Code so erweitern, dass auch das Leerzeichen mit codiert wird? Wenn ja, geben Sie eine gültigen Code an. Wenn nein, begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 6.2 (Punkte 5+15+5+5)

Optimale Codierung: Die folgenden 12 Symbole a_i sind mit ihren Wahrscheinlichkeiten $p(a_i)$ in der Tabelle angegeben:

a_i	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l
$p(a_i)$	0,12	0,05	0,03	0,3	0,02	0,05	0,1	0,02	0,03	0,1	0,12	0,06

- (a) Wie groß ist der mittlere Informationsgehalt (die Entropie) H dieser Symbole?
- (b) Erstellen Sie einen Fano-Code und geben sie die zugehörige Symbolcodierung an.
- (c) Welche mittlere Codewortlänge H_0 ergibt sich?
- (d) Wie groß ist die Redundanz ($H_0 - H$) ihres Codes?

Aufgabe 6.3 (Punkte 15+5)

2D-Paritätscode: Wir betrachten den in der Vorlesung vorgestellten zweidimensionalen Paritätscode. Jeweils 64 Datenbits werden als Matrix mit 8×8 Zeilen und Spalten notiert und zu jeder Zeile und Spalte wird ein ungerades Paritätsbit hinzugefügt. Außerdem wird noch ein weiteres Bit ganz unten rechts bestimmt, dass sich als Paritätsbit der Spalten-Paritätsbits berechnet:

$d_{0,0}$	$d_{0,1}$	$d_{0,2}$	$d_{0,3}$	$d_{0,4}$	$d_{0,5}$	$d_{0,6}$	$d_{0,7}$	$p_{0,8}$
$d_{1,0}$	$d_{1,1}$	$d_{1,2}$	$d_{1,3}$	$d_{1,4}$	$d_{1,5}$	$d_{1,6}$	$d_{1,7}$	$p_{1,8}$
$d_{2,0}$	$d_{2,1}$	$d_{2,2}$	$d_{2,3}$	$d_{2,4}$	$d_{2,5}$	$d_{2,6}$	$d_{2,7}$	$p_{2,8}$
$d_{3,0}$	$d_{3,1}$	$d_{3,2}$	$d_{3,3}$	$d_{3,4}$	$d_{3,5}$	$d_{3,6}$	$d_{3,7}$	$p_{3,8}$
$d_{4,0}$	$d_{4,1}$	$d_{4,2}$	$d_{4,3}$	$d_{4,4}$	$d_{4,5}$	$d_{4,6}$	$d_{4,7}$	$p_{4,8}$
$d_{5,0}$	$d_{5,1}$	$d_{5,2}$	$d_{5,3}$	$d_{5,4}$	$d_{5,5}$	$d_{5,6}$	$d_{5,7}$	$p_{5,8}$
$d_{6,0}$	$d_{6,1}$	$d_{6,2}$	$d_{6,3}$	$d_{6,4}$	$d_{6,5}$	$d_{6,6}$	$d_{6,7}$	$p_{6,8}$
$d_{7,0}$	$d_{7,1}$	$d_{7,2}$	$d_{7,3}$	$d_{7,4}$	$d_{7,5}$	$d_{7,6}$	$d_{7,7}$	$p_{7,8}$
$p_{8,0}$	$p_{8,1}$	$p_{8,2}$	$p_{8,3}$	$p_{8,4}$	$p_{8,5}$	$p_{8,6}$	$p_{8,7}$	$p_{8,8}$

- (a) Können mit diesem Code Ein-, Zwei- und Dreibitfehler erkannt und korrigiert werden? Geben Sie jeweils an, welche Arten von Fehlern erkannt, bzw. korrigiert werden können.
- (b) Angenommen, Sie empfangen folgende Bits. Wurden alle Bits korrekt übertragen? Wenn nein, welches Bit muss korrigiert werden?

1	1	0	0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0	0	1	0
0	1	1	1	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	0	1	1	0
0	0	0	1	1	1	1	1	0
1	1	1	0	1	0	0	1	1
1	1	0	0	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	1

Aufgabe 6.4 (Punkte 15+15)

Hamming-Code: Entsprechend dem Schema aus der Vorlesung wird ein (7,4)-Hamming-Code gebildet, der Einzelbitfehler korrigieren kann. Wie in der Tabelle dargestellt, besitzt er vier Informationsbits (d_i) und drei Prüfbits (p_j). Insgesamt sind $2^4 = 16$ Codewörter möglich, die in der linken Tabelle aufgelistet sind:

Nr.	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7
	p_1	p_2	d_1	p_3	d_2	d_3	d_4
1	0	0	0	0	0	0	0
2	1	1	0	1	0	0	1
3	0	1	0	1	0	1	0
4	1	0	0	0	0	1	1
5	1	0	0	1	1	0	0
6	0	1	0	0	1	0	1
7	1	1	0	0	1	1	0
8	0	0	0	1	1	1	1
9	1	1	1	0	0	0	0
10	0	0	1	1	0	0	1
11	1	0	1	1	0	1	0
12	0	1	1	0	0	1	1
13	0	1	1	1	1	0	0
14	1	0	1	0	1	0	1
15	0	0	1	0	1	1	0
16	1	1	1	1	1	1	1

Codewortstelle	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7
Bedeutung	p_1	p_2	d_1	p_3	d_2	d_3	d_4
Prüfgruppe A	*		*		*		*
Prüfgruppe B		*	*			*	*
Prüfgruppe C				*	*	*	*

Für die Prüfstellen gilt:

$$c_1 = c_3 \oplus c_5 \oplus c_7$$

$$c_2 = c_3 \oplus c_6 \oplus c_7$$

$$c_4 = c_5 \oplus c_6 \oplus c_7$$

Um (einen) Einzelbitfehler zu lokalisieren, bildet man ein Prüfwort (x_a, x_b, x_c) , wobei gilt:

$$x_a = c_1 \oplus c_3 \oplus c_5 \oplus c_7$$

$$x_b = c_2 \oplus c_3 \oplus c_6 \oplus c_7$$

$$x_c = c_4 \oplus c_5 \oplus c_6 \oplus c_7$$

- (a) Zeigen Sie anhand eines Beispiels, wie ein auftretender Einzelbitfehler lokalisiert und damit korrigiert werden kann. Verfälschen Sie dazu die Codewortstelle c_6 des Codewortes Nr. 10 und bilden Sie die Prüfbits.

Wie kann man dann aus dem Prüfwort die fehlerhafte Codewortstelle bestimmen?

- (b) Beschreiben Sie, wie man aus einem Schema für Hamming-Codes, wie nachfolgend angegeben, Generatormatrix G und die Prüfmatrix H erstellen kann.

