

# 64-041 Übung Rechnerstrukturen



## Aufgabenblatt 7 Ausgabe: 29.11., Abgabe: 06.12. 24:00

Gruppe	
Name(n)	Matrikelnummer(n)

### Aufgabe 7.1 (Punkte 5+15+5+5)

*Optimale Codierung:* In Aufgabe 6.5 des letzten Übungszettels, waren die folgenden 12 Symbole  $a_i$  sind mit ihren Wahrscheinlichkeiten  $p(a_i)$  vorgegeben:

$a_i$	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l
$p(a_i)$	0,06	0,12	0,03	0,05	0,3	0,02	0,05	0,1	0,02	0,03	0,1	0,12

- Wie groß ist der mittlere Informationsgehalt (die Entropie)  $H$  dieser Symbole?
- Konstruieren Sie einen Fano-Code zur Quellencodierung.
- Berechnen Sie die mittlere Codewortlänge  $H_0$  und die Redundanz ( $H_0 - H$ ) für ihren Fano-Code?
- Wie groß ist die Redundanz des Huffman-Codes aus der vorigen Aufgabe?

### Aufgabe 7.2 (Punkte 10+10+10)

*2D-Paritätscode:* Wir betrachten den in der Vorlesung vorgestellten zweidimensionalen Paritätscode. Jeweils 49 Datenbits werden als Matrix mit  $7 \times 7$  Zeilen und Spalten notiert, dann wird zu jeder Zeile und Spalte ein ungerades Paritätsbit hinzugefügt. Ein weiteres Bit ganz unten rechts berechnet sich als Parität der Spalten-Paritätsbits.

$d_{0,0}$	$d_{0,1}$	$d_{0,2}$	$d_{0,3}$	$d_{0,4}$	$d_{0,5}$	$d_{0,6}$	$p_{0,7}$
$d_{1,0}$	$d_{1,1}$	$d_{1,2}$	$d_{1,3}$	$d_{1,4}$	$d_{1,5}$	$d_{1,6}$	$p_{1,7}$
$d_{2,0}$	$d_{2,1}$	$d_{2,2}$	$d_{2,3}$	$d_{2,4}$	$d_{2,5}$	$d_{2,6}$	$p_{2,7}$
$d_{3,0}$	$d_{3,1}$	$d_{3,2}$	$d_{3,3}$	$d_{3,4}$	$d_{3,5}$	$d_{3,6}$	$p_{3,7}$
$d_{4,0}$	$d_{4,1}$	$d_{4,2}$	$d_{4,3}$	$d_{4,4}$	$d_{4,5}$	$d_{4,6}$	$p_{4,7}$
$d_{5,0}$	$d_{5,1}$	$d_{5,2}$	$d_{5,3}$	$d_{5,4}$	$d_{5,5}$	$d_{5,6}$	$p_{5,7}$
$d_{6,0}$	$d_{6,1}$	$d_{6,2}$	$d_{6,3}$	$d_{6,4}$	$d_{6,5}$	$d_{6,6}$	$p_{6,7}$
$p_{7,0}$	$p_{7,1}$	$p_{7,2}$	$p_{7,3}$	$p_{7,4}$	$p_{7,5}$	$p_{7,6}$	$p_{7,7}$

- Wie groß ist die Minimaldistanz  $d$  dieses Codes? Begründen Sie Ihre Antwort.
- Können mit diesem Code alle Einbitfehler, Zweibitfehler, und Dreibitfehler erkannt und korrigiert werden? Warum?
- Geben Sie ein Beispiel für einen Vierbitfehler, der vom Code nicht erkannt wird.

**Aufgabe 7.3** (Punkte 5+15)

*Hamming-Code:* Entsprechend dem in der Vorlesung vorgestellten Schema, wird ein 7-Bit Hamming-Code gebildet, um Einzelbitfehler korrigieren zu können. Wie in der Tabelle dargestellt, besitzt er vier Informationsbits ( $d_i$ ) und drei Prüfbits ( $p_j$ ). Insgesamt sind  $2^4 = 16$  Informationen codierbar; die Codewörter sind in der linken Tabelle aufgelistet:

Nr.	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$	$c_6$	$c_7$	Codewortstelle	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$	$c_6$	$c_7$
	$p_1$	$p_2$	$d_1$	$p_3$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	Bedeutung	$p_1$	$p_2$	$d_1$	$p_3$	$d_2$	$d_3$	$d_4$
0	0	0	0	0	0	0	0	Prüfgruppe A	*		*		*		*
1	1	1	0	1	0	0	1	Prüfgruppe B		*	*			*	*
2	0	1	0	1	0	1	0	Prüfgruppe C				*	*	*	*
3	1	0	0	0	0	1	1								
4	1	0	0	1	1	0	0								
5	0	1	0	0	1	0	1								
6	1	1	0	0	1	1	0								
7	0	0	0	1	1	1	1								
8	1	1	1	0	0	0	0								
9	0	0	1	1	0	0	1								
10	1	0	1	1	0	1	0								
11	0	1	1	0	0	1	1								
12	0	1	1	1	1	0	0								
13	1	0	1	0	1	0	1								
14	0	0	1	0	1	1	0								
15	1	1	1	1	1	1	1								

Für die Prüfstellen gilt:

$$c_1 = c_3 \oplus c_5 \oplus c_7$$

$$c_2 = c_3 \oplus c_6 \oplus c_7$$

$$c_4 = c_5 \oplus c_6 \oplus c_7$$

Um (einen) Einzelbitfehler zu lokalisieren, bildet man ein Prüfwort  $(x_a, x_b, x_c)$ , wobei gilt:

$$x_a = c_1 \oplus c_3 \oplus c_5 \oplus c_7$$

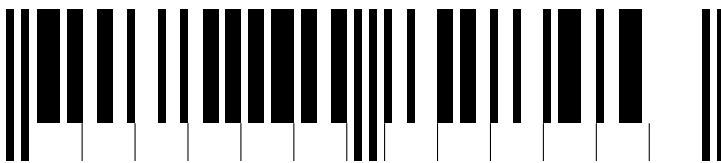
$$x_b = c_2 \oplus c_3 \oplus c_6 \oplus c_7$$

$$x_c = c_4 \oplus c_5 \oplus c_6 \oplus c_7$$

- (a) Zeigen Sie anhand eines Beispiels, wie ein auftretender Einzelbitfehler lokalisiert und damit korrigiert werden kann. Verfälschen Sie dazu in Codewort Nr. 11 die Stelle  $c_5$  (s. Tabelle) und bilden Sie die zugehörigen Prüfbits.
- (b) Wie kann man dann aus dem Prüfwort die fehlerhafte Codewortstelle bestimmen?

**Aufgabe 7.4** (Punkte 10+5+5)

*EAN-13 Barcode:* Beispielsweise in der Wikipedia finden Sie eine Beschreibung des EAN-Strichcodes zur Codierung der GTIN (ehem. EAN-13): [https://de.wikipedia.org/wiki/European\\_Article\\_Number](https://de.wikipedia.org/wiki/European_Article_Number). Lesen Sie sich die Beschreibung durch und bestimmen Sie dann aus folgendem Barcode die darin codierten Ziffern.



- (a) Die 11 direkt codierte Ziffern.
- (b) Die erste, über die linke Seite des Barcodes indirekt codierte Ziffer.
- (c) Berechnen Sie dann die Prüfsumme. Hinweis: im angegebenen (ungültigen) Barcode wurde die Prüfzahl nicht mit codiert, d.h. das Feld wurde leer gelassen.