

# Voronoi Diagramme und deren Nutzen im 3D- Druck

---

ROBIN SCHENDERLEIN

HAMBURG, 01.06.2016



# Übersicht

---

Motivation

Historie

Definition

Algorithmus

Datenstruktur

Anwendungsfälle

Quellen

# Motivation

---

Postamts Problem

Zu welchem Postamt gehe ich?

# Motivation: Postamts Problem

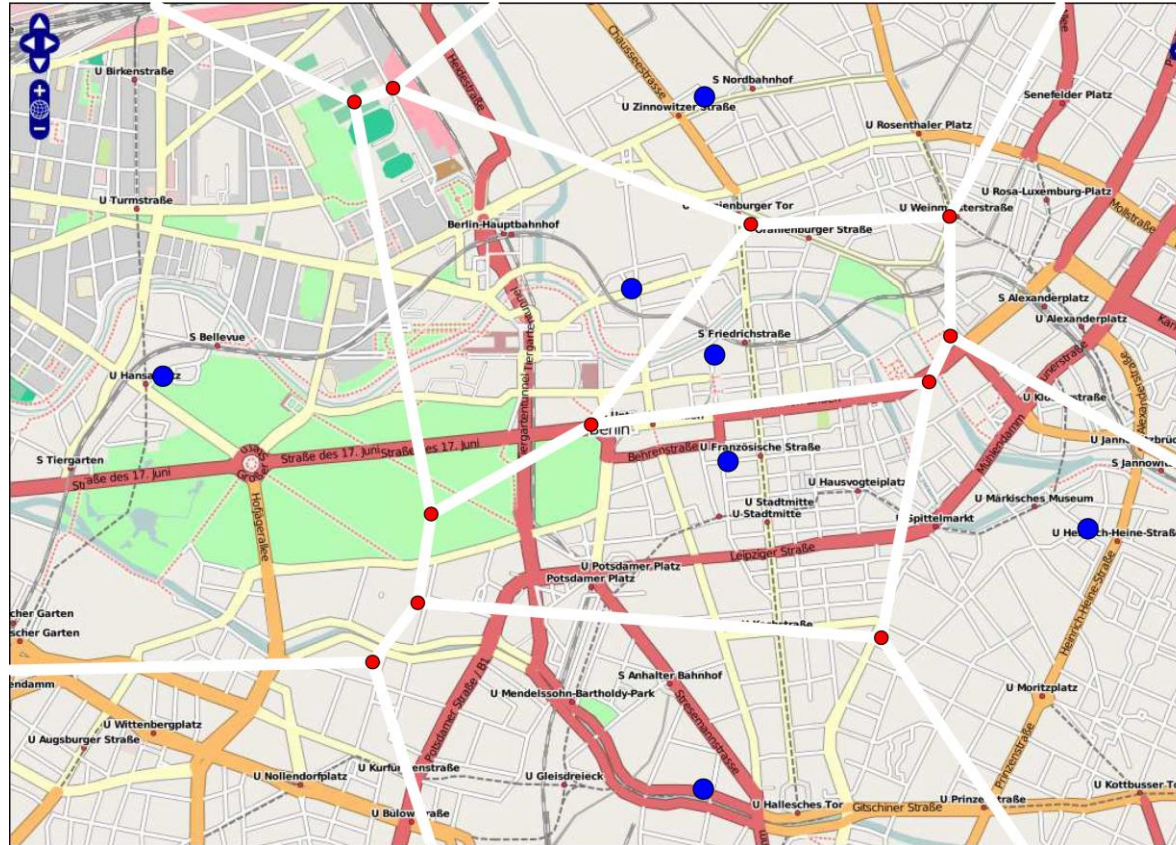


Abb. 1: Filialen der Deutschen Post AG in Berlin

# Historie

---

1644 Descartes

1850 Dirichlet

1908 Voronoi

1911 Thiessen

...

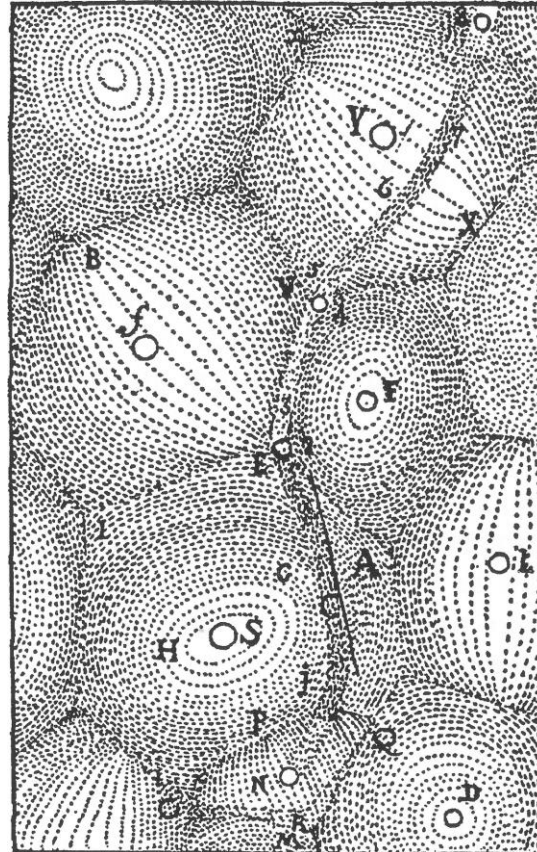


Abb. 2: Zerlegung in Flächen nach Descartes

# Definition

Voronoi-Kanten, -Knoten und -Regionen

Konvexe Regionen

Un/Beschränkte Regionen

Max.  $2n-5$  Knoten

Max.  $3n-6$  Kanten

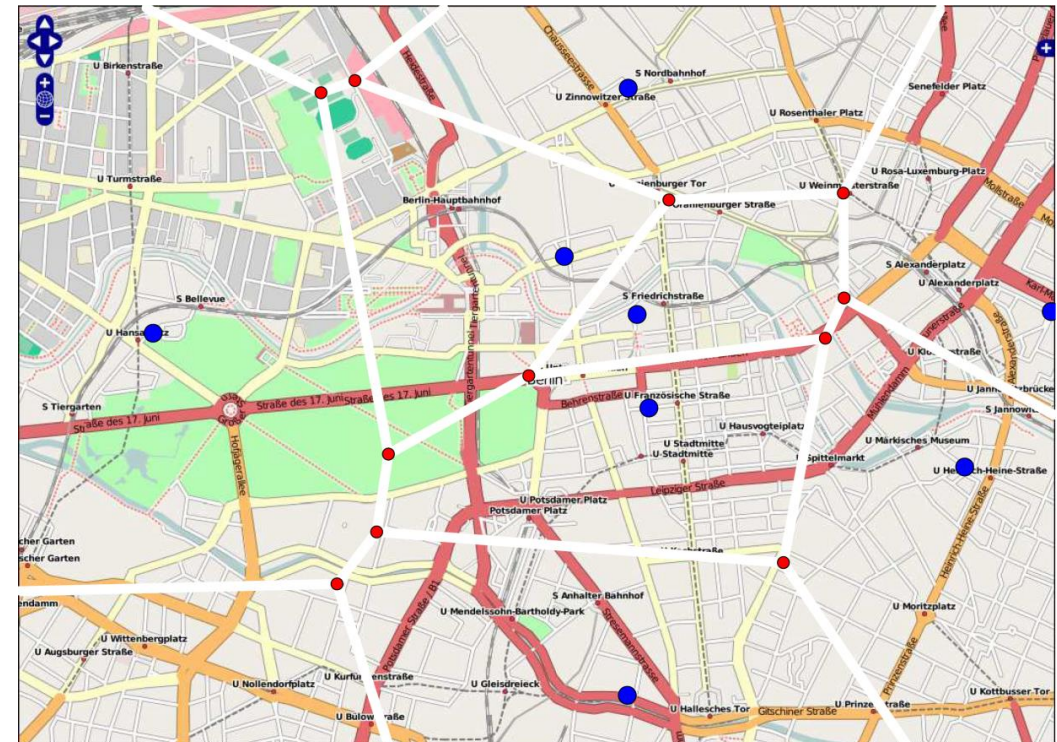


Abb. 1

# Definition: Beispiel

---

Interaktives Beispiel

# Algorithmus

---

Divide & Conquer

Incremental Construction

Fortune / Wellenfront

...



# Algorithmus: Fortune

---

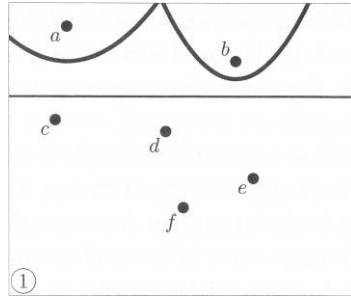
Laufzeit:  $O(n \log n)$

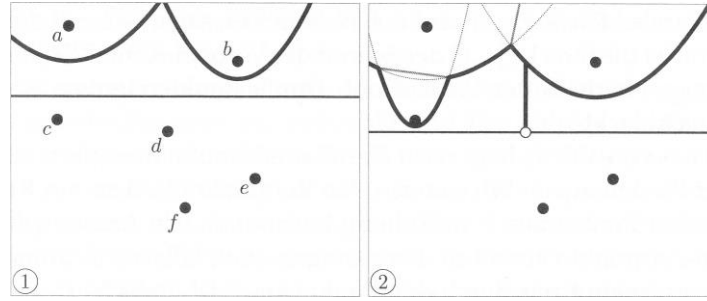
Speicherbedarf:  $O(n)$

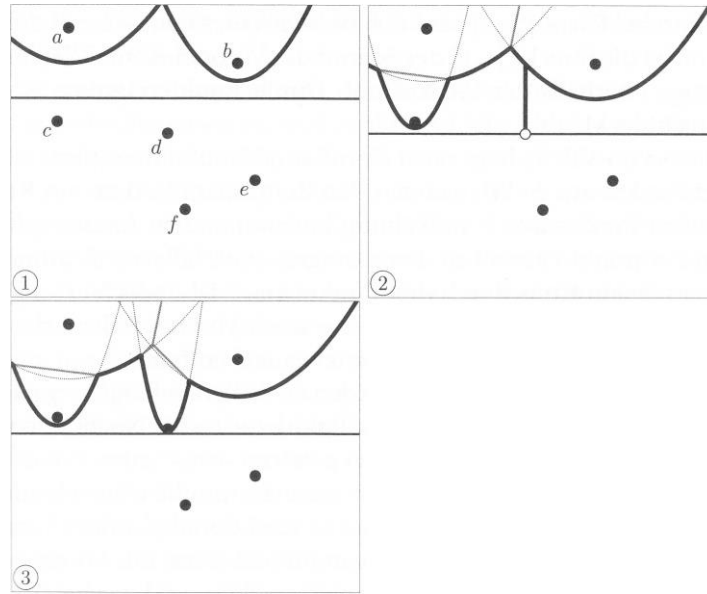
Knick

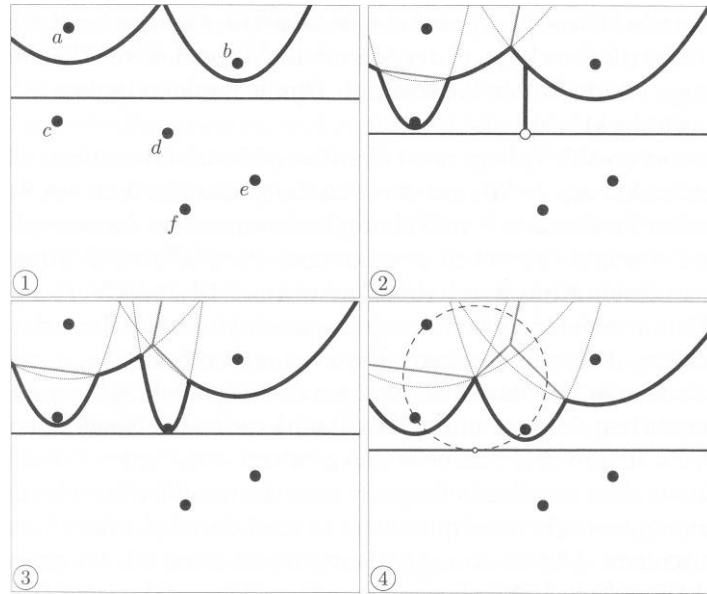
Punktereignis

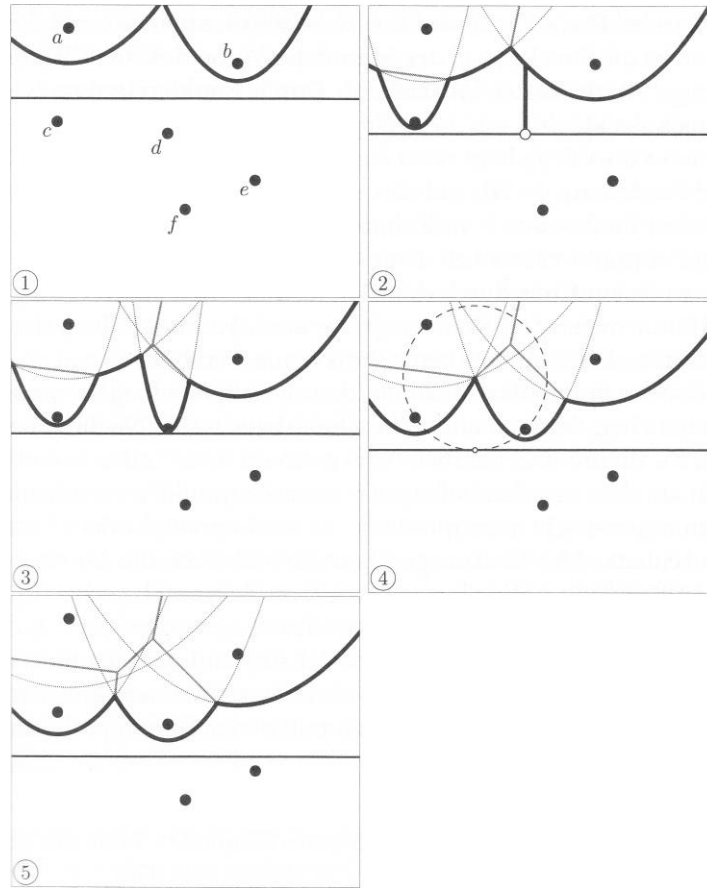
Kreisereignis

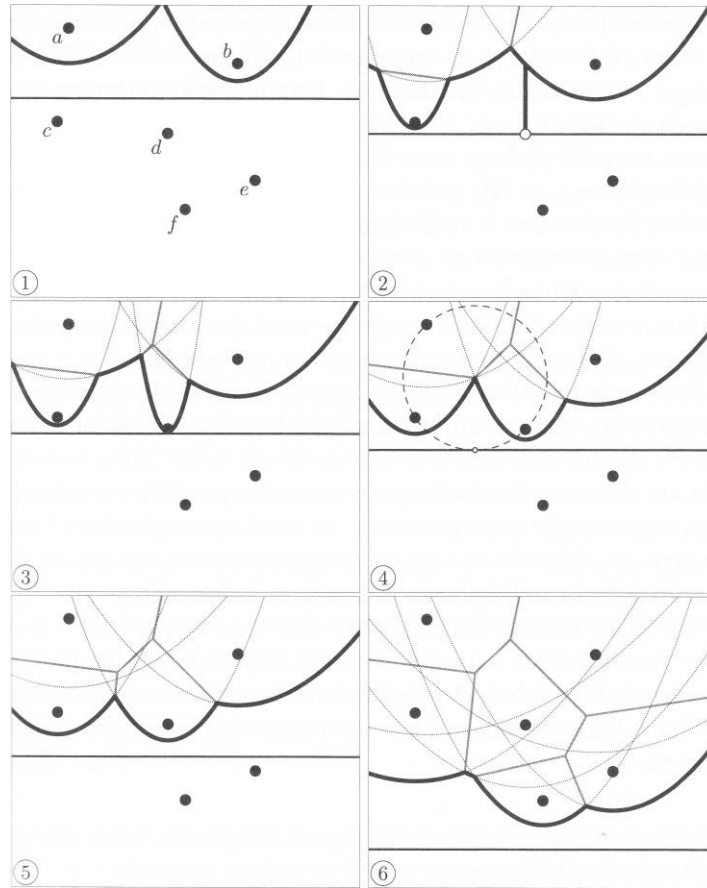


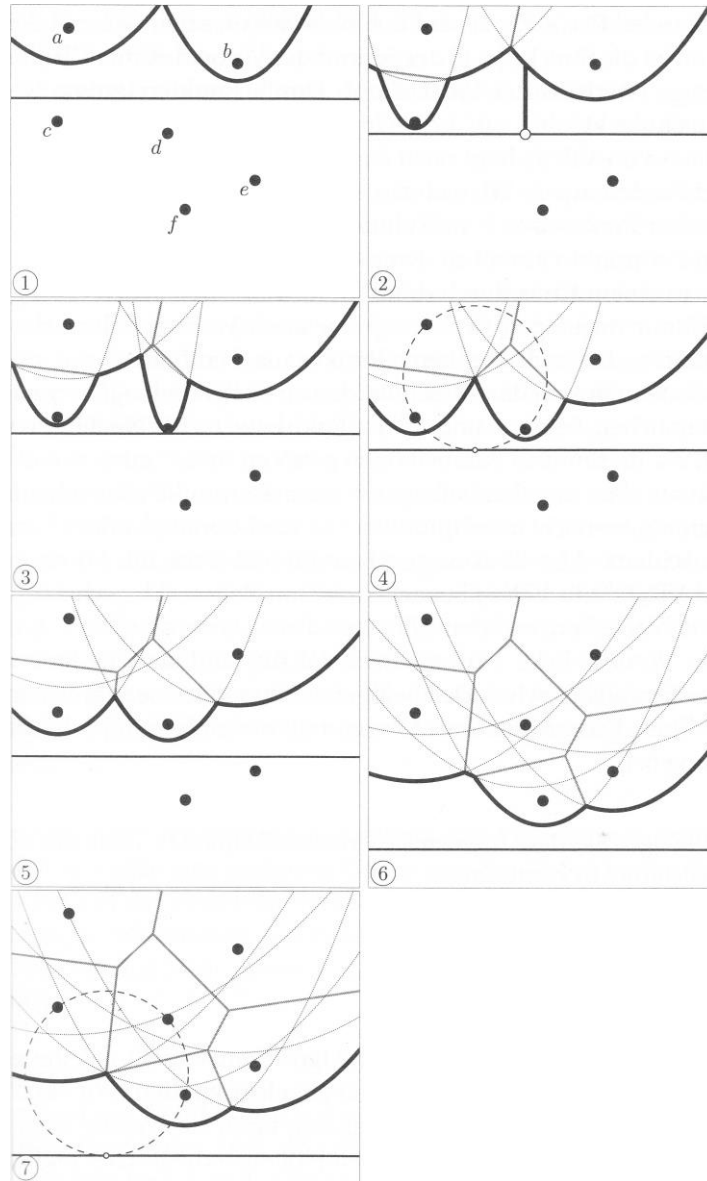














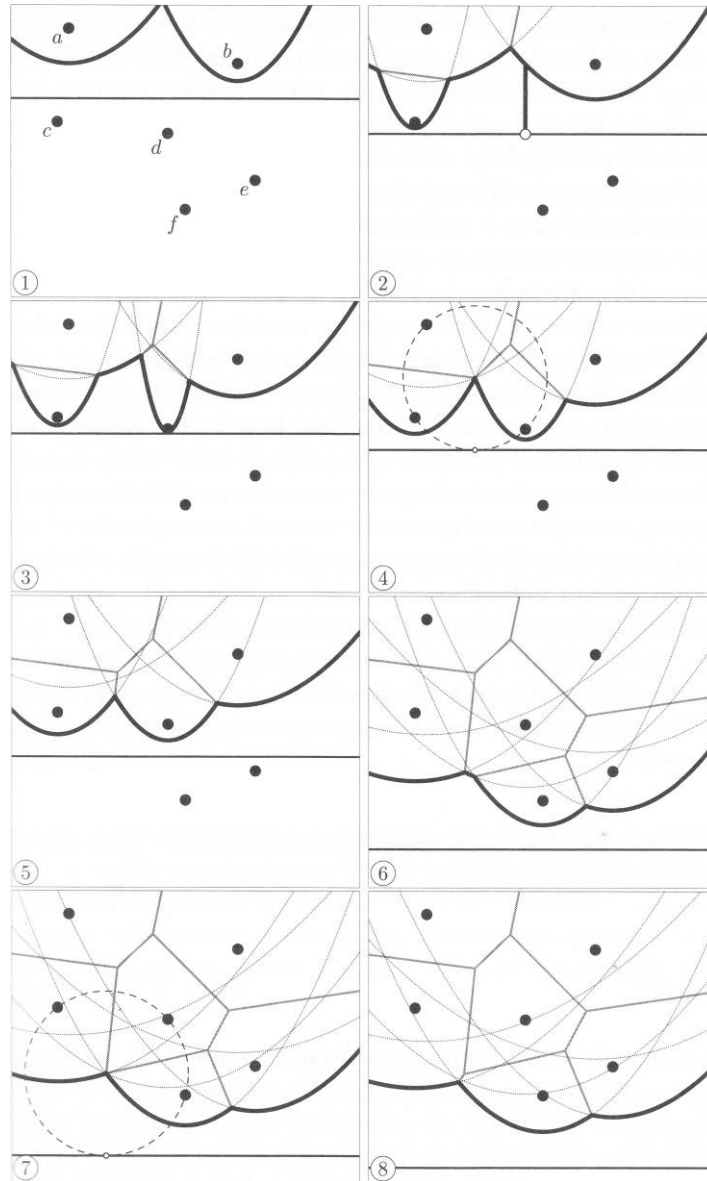


Abb. 3: Fortune Algorithmus

# Algorithmus: Fortune

---



Abb. 4: Fortune Algorithmus Animation

# Fortune: Datenstruktur

---

Halfedge Data Structure:

Kantenbasiert

Kanten werden doppelt gespeichert

Binominaler Heap für Ereignisse

# Fortune: Datenstruktur

---

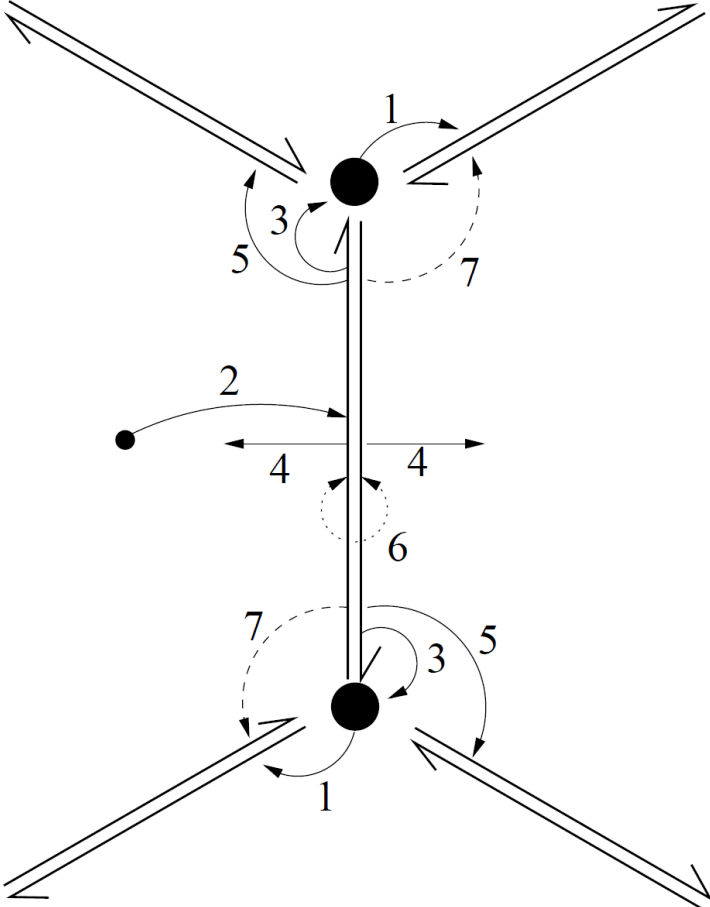


Abb. 5: Halfedge Data Structure

# Algorithmus: Fortune - Datenstruktur

---

Problem:  
unbeschränkte  
Voronoi Regionen



Lösung:  
Bounding Box

# Anwendungsfälle

---

Wirtschaft

Biologie

Chemie

Meteorologie

Geometrie

...

# Anwendung: 3D Druck

---

Path finding

Gewichtsreduktion

Stabilität

...

# Anwendung: Path finding

---





# Anwendung: Gewichtsreduktion

---

Skin-Frame Structure

Honeycomb hollowing

...

# Anwendung: Gewichtsreduktion

---

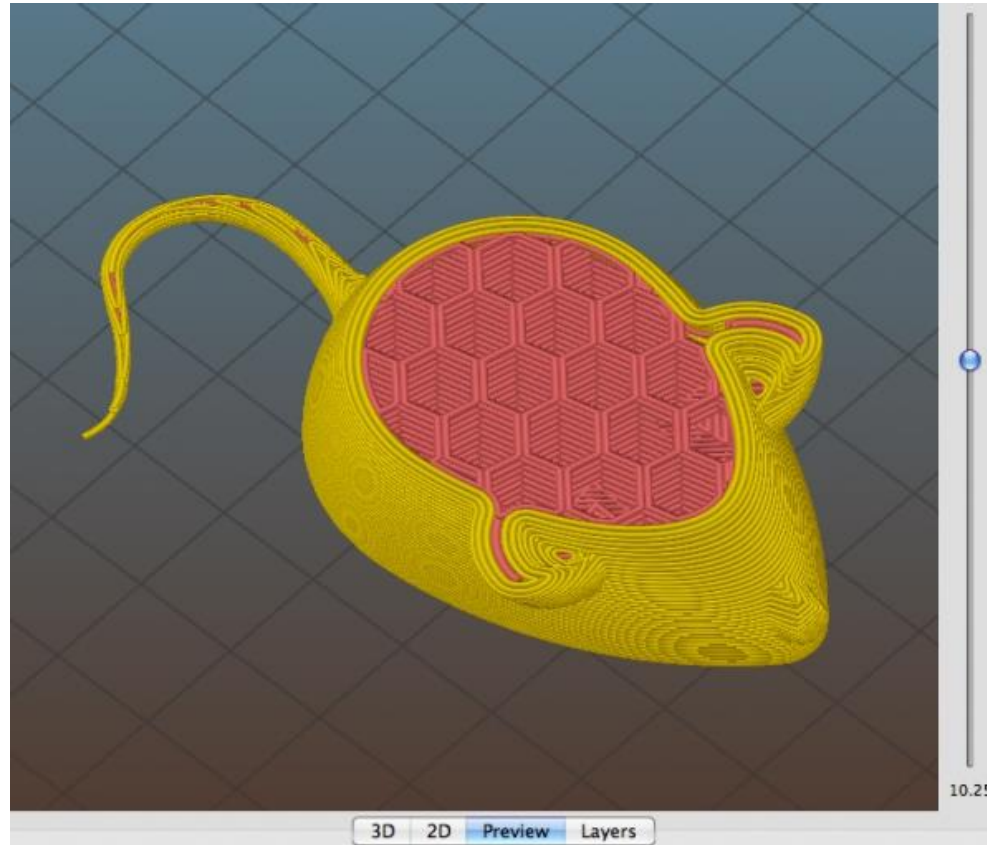


Abb. 6: Maus mit hexagonaler Struktur

# Skin-Frame Structure

---

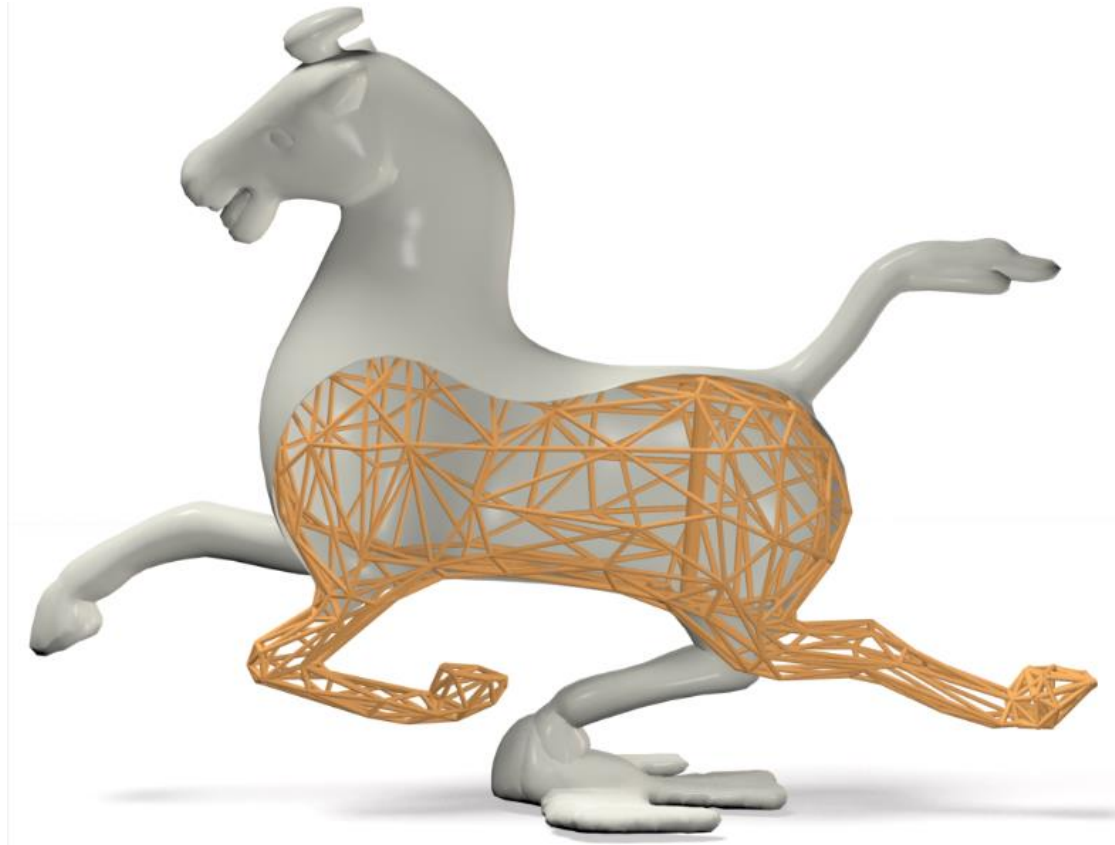


Abb. 7: Skin-Frame Structure, Durchsicht

# Honeycomb hollowing

---

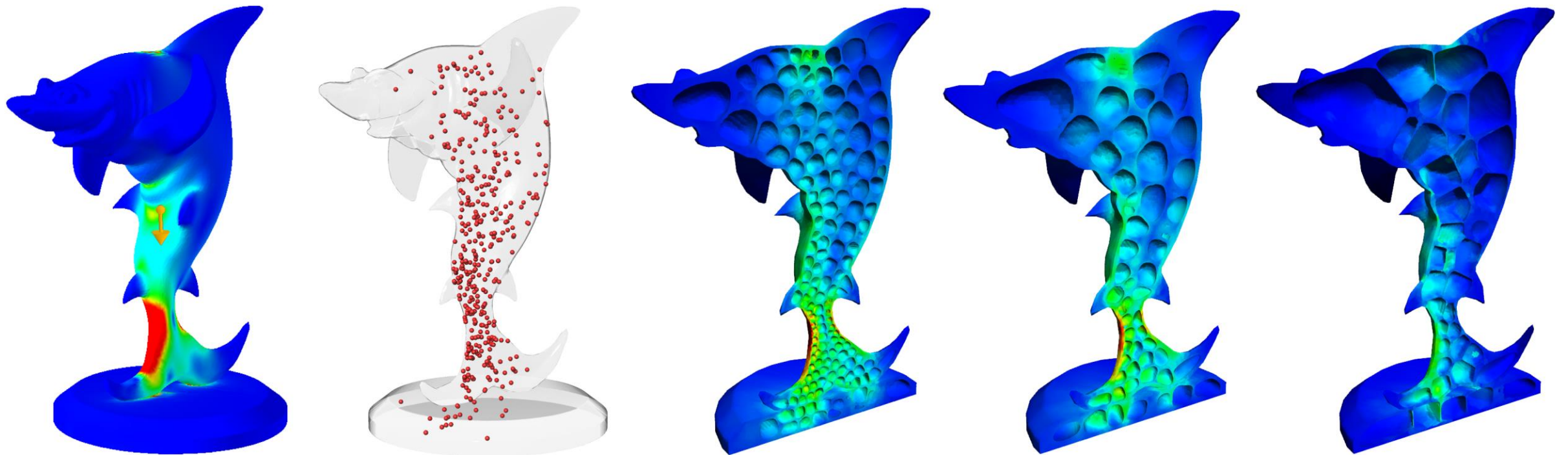


Abb. 8: Honeycomb hollowing Prozess

# Honeycomb hollowing

---



Abb. 9: Figuren mit Honeycomb hollowing

# Honeycomb hollowing

---

| Model       | Solid Vol.<br>( $cm^3$ ) | Result Vol.<br>( $cm^3$ ) | Ratio<br>(%) | Stress<br>( $N/m^2$ ) |
|-------------|--------------------------|---------------------------|--------------|-----------------------|
| Chair       | 719.24                   | 472.03                    | 65.6         | 4.00e7                |
| Cup         | 214.4                    | 89.33                     | 41.7         | 4.01e7                |
| Fertility   | 54.24                    | 20.02                     | 36.9         | 4.01e7                |
| Hangingball | 226.66                   | 58.5                      | 25.8         | 2.65e7                |
| Horse       | 449.53                   | 196.13                    | 43.6         | 3.98e7                |
| Kitten      | 125.07                   | 50.79                     | 40.6         | 2.57e7                |
| Molar       | 15.22                    | 9.64                      | 63.3         | 4.05e7                |
| Shark       | 130.42                   | 43.4                      | 33.3         | 3.90e7                |

Abb. 10: Effektivität des Verfahrens

# Vergleich

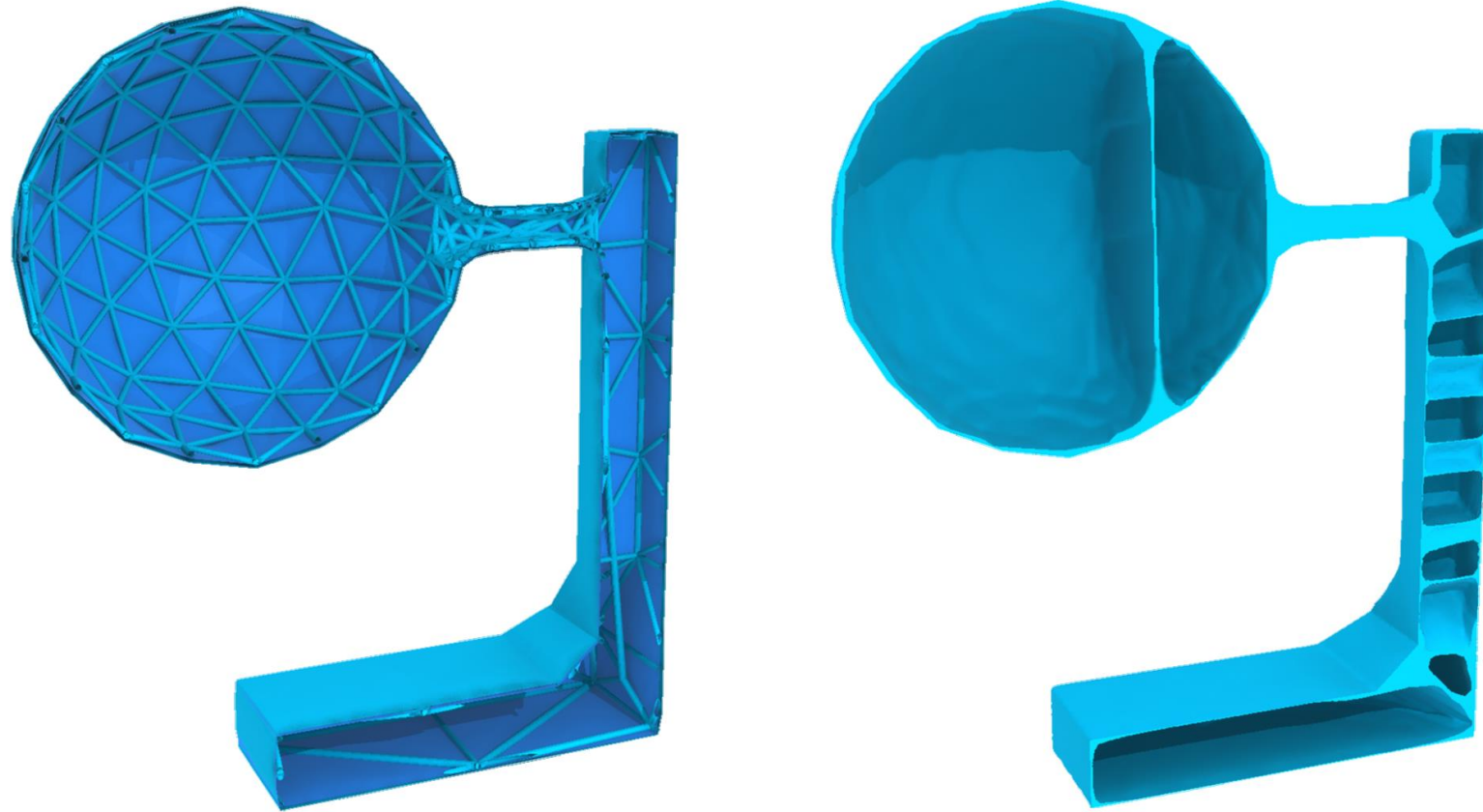


Abb. 11: Vergleich Skin-Frame Structure vs. Honeycomb hollowing

# Anwendung: Krankenhaus

---



Abb. 12: Gedruckte Armschiene mit Voronoi Struktur



# Quellen

---

## Bücher:

1. Michael Joswig, „Algorithmische Geometrie“, 1. Auflage, Friedr. Vieweg & Sohn Verlag, Wiesbaden, 2008
2. Marina L. Gavriola, C.J. Kenneth Tan, „Transactions on Computational Science IX“, Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 2010

## Reports:

3. Franz Aurenhammer, Rolf Klein, „Voronoi Diagrams“, Gesamthochschule in Hagen, Hagen, 1996
4. Jan Oliver Wallgrün, „Exploration und Pfadplanung für mobile Roboter basierend auf Generalisierten Voronoi-Graphen“, Uni Hamburg, Hamburg, 2002

# Quellen

---

Paper:

5. M. Botsch, S. Steinberg, S. Bischoff, L. Kobbelt, „OpenMesh – a generic and efficient polygon mesh data structure“, 1<sup>st</sup> OopenSG Symposium, RWTH Aachen, Aachen, 2002
6. Weiming Wang, Tuanfeng Y. Wang und Co., „Cost-effective Printing of 3D Objects with Skin-Frame Structures“, Microsoft Research Asia, 2013
7. Lin Lu, Andrei Sharf und Co., „Build-to-Last: Strength to Weight 3D Printed Objects“, ACM Transactions on Graphics (TOG) - Proceedings of ACM SIGGRAPH 2014, Volume 33, Ausgabe 4, July 2014
8. Sarah Kelly, Abby Paterson, Richard J. Bibb, „A review of wrist splint designs for additive manufacture“, Loughborough University Institutional Repository, 2015

# Quellen

---

9. Marc Alexa, Michael Kazhdan, „Isotropic Remeshing with Fast and Exact Computation of Restricted Voronoi Diagram“, Eurographics Symposium on Geometry Processing, Volume 28, 2009

Web:

[https://en.wikipedia.org/wiki/Fortune%27s\\_algorithm](https://en.wikipedia.org/wiki/Fortune%27s_algorithm)

<http://ab.inf.uni-tuebingen.de/teaching/ws02/cg/script-current.pdf>

[http://www.ikg.uni-bonn.de/vorlesungsarchiv/Diskrete\\_Mathematik\\_II/Folien/neuefolien\\_bmbf/druck1/mathell\\_6\\_druck1.pdf](http://www.ikg.uni-bonn.de/vorlesungsarchiv/Diskrete_Mathematik_II/Folien/neuefolien_bmbf/druck1/mathell_6_druck1.pdf)

<http://alexbeutel.com/webgl/voronoi.html>

# Quellen

---

Bilder:

Abb. 1: Siehe Buch Nr. 1, Seite 4

Abb. 2: Siehe Report Nr. 3, Seite 1

Abb. 3: Siehe Buch Nr. 1, Seite 94

Abb. 4: <https://en.wikipedia.org/wiki/File:Fortunes-algorithm-slowed.gif>

Abb. 5: Siehe Paper Nr. 5, Seite 2

Abb. 6: [http://slic3r.org/var/data/images/349\\_3D03.png\\_fullbody.jpg](http://slic3r.org/var/data/images/349_3D03.png_fullbody.jpg)

Abb. 7: Siehe Paper Nr. 6, Seite 1

Abb. 8: Siehe Paper Nr. 7, Seite 2

# Quellen

---

Abb. 9: Siehe Paper Nr. 7, Seite 7

Abb. 10: Siehe Paper Nr. 7, Seite 6

Abb. 11: Siehe Paper Nr. 7, Seite

Abb. 12:

<http://media.dunkedcdn.com/assets/prod/41499/p18qh3vpnts91sg21a261dr114dc6.jpg>

Sämtliche Webquellen wurden zuletzt am 30.05.2016 22:15 auf Gültigkeit überprüft.