



Aufgabenblatt 8

Ausgabe: 03.12., Abgabe: 10.12. 24:00

Gruppe	
Name(n)	Matrikelnummer(n)

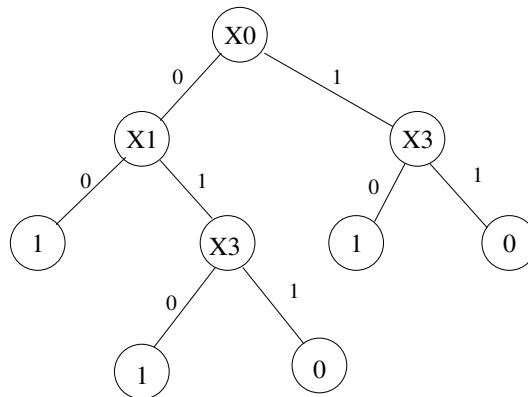
Aufgabe 8.1 (Punkte 5 + 5 + 10 + 10)

Boolesche Funktionen:

- (a) Wieviele Boolesche Funktionen $f(x_3, x_2, x_1, x_0)$ von 4 Variablen gibt es?
- (b) Wieviele Boolesche Funktionen $f(x_3, x_2, x_1, x_0)$ von 4 Variablen gibt es, für die gilt $f(0, x_2, x_1, x_0) = f(1, x_2, x_1, x_0)$?
- (c) Sei M_4 die Menge aller Booleschen Funktionen $f(x_3, x_2, x_1, x_0)$ in vier Variablen, für die gilt $f(x_3, x_2, x_1, x_0) = f(\pi(x_3, x_2, x_1, x_0))$ für jede Permutation π der Variablen. Ein Beispiel ist $f(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_3 \oplus x_2 \oplus x_1 \oplus x_0$. Offenbar geht die Funktion bei jeder Vertauschung der Variablen in sich selbst über, wenn man die Kommutativität der XOR-Verknüpfung berücksichtigt. Die Funktion $f(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_3 x_0$ dagegen liegt offenbar nicht in M_4 , weil z.B. $f(x_3, x_0, x_2, x_1) = x_3 x_1 \neq x_3 x_0$ ist. Man kann zeigen, dass bei n Variablen 2^{n+1} Funktionen in der Menge M_n liegen.
Geben Sie fünf weitere Boolesche Funktionen in disjunktiver Minimalform an, die in der Menge M_4 liegen.
- (d) Wieviele Boolesche Funktionen $f(x_3, x_2, x_1, x_0)$ von vier Variablen gibt es, wenn als Funktionswert neben 0 und 1 auch noch * (Don't Care) zugelassen ist? Wie lautet die allgemeine Formel für n Variable?

Aufgabe 8.2 (Punkte 5 + 5 + 10 + 10)

BDD

Gegeben sei der folgende BDD einer booleschen Funktion $f(x_3, x_2, x_1, x_0)$.

- (a) Zeichnen Sie den ROBDD der Funktion f . Die Anordnung der Variablen sei dabei die gleiche wie beim BDD.
- (b) Bestimmen Sie aus dem BDD oder ROBDD die Funktionstabelle der Funktion f .
- (c) Übertragen Sie die Funktion f in ein KV-Diagramm. Verwenden Sie dabei die in der Vorlesung verwendete Anordnung der Variablen:

		x1 x0			
		00	01	11	10
x3 x2	00	0	1	3	2
	01	4	5	7	6
	11	12	13	15	14
	10	8	9	11	10

		x1 x0			
		00	01	11	10
x3 x2	00	0000	0001	0011	0010
	01	0100	0101	0111	0110
	11	1100	1101	1111	1110
	10	1000	1001	1011	1010

- (d) Bestimmen Sie aus dem KV-Diagramm die disjunktive Minimalform der Funktion f .

Aufgabe 8.3 (Punkte 20)

2:1-Multiplexer: Wir betrachten den 2:1-Multiplexer mit Steuereingang s und Dateneingängen a_1 und a_0 , also $MUX(s, a_1, a_0) = (s a_1) \vee (\bar{s} a_0)$.

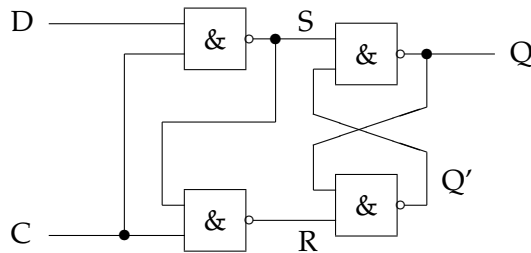
Geben Sie eine Schaltung nur aus (mehreren) 2:1 Multiplexern an, die einen 1-bit Volladdierer mit den Eingängen a, b und Carry-in c_i , sowie den beiden Ausgängen s für Summe und c_o für Carry-out realisiert. Wir nehmen dazu an, dass die Variablen sowohl direkt als auch invertiert zur Verfügung stehen (z.B. a und \bar{a}).

Zeichnen Sie ein (Hades-) Schaltbild.

Aufgabe 8.4 (Punkte 20)

Zeitverhalten von Schaltungen:

Wir untersuchen das Zeitverhalten der folgenden Schaltung mit den beiden Eingängen D und C und den zwei Ausgängen Q und Q' .



Die Signalverzögerungszeit jedes NAND-Gatters genau 15ns ist (ein Teilstrich in folgendem Diagramm). Überlegen Sie sich für den gegebenen Verlauf von D und C den Verlauf von S , R , Q , Q' . Beachten Sie dabei, dass wegen der Verzögerung S und R im ersten Kästchen Q und Q' in der ersten beiden Kästchen (und möglicherweise auch noch länger undefiniert) sind. Beachten Sie dabei, dass für undefinierte Werte x gelten soll $\bar{0} \wedge x = 1$ und $\bar{1} \wedge x = x$:

