64-041 Übung Rechnerstrukturen

Aufgabenblatt 6 Ausgabe: 23.11., Abgabe: 30.11. 12:00

Gruppe	
Name(n)	Matrikelnummer(n)

Aufgabe 6.1 (Punkte 20)

Codierung: Auf dem letzten Aufgabenblatt sollten Sie einen einen zyklisch-einschrittigen Binärcode für 24 Winkelstellungen einer Codierscheibe entwickeln. Erläutern Sie, warum es immer eine gerade Anzahl von Codewörtern sein muss und es keinen zyklisch-einschrittigen Binärcode mit ungerader Zahl von Codewörtern geben kann.

Aufgabe 6.2 (Punkte 10+10+10+10)

2D-Paritätscode: Wir betrachten den in der Vorlesung vorgestellten zweidimensionalen Paritätscode. Jeweils 64 Datenbits werden als Matrix mit 8×8 Zeilen und Spalten notiert, und zu jeder Zeile und Spalte wird ein ungerades Paritätsbit hinzugefügt. Außerdem wird noch ein weiteres Bit ganz unten rechts bestimmt, dass sich als Paritätsbit der Spalten-Paritätsbits berechnet:

$d_{0,0}$	$d_{0,1}$	$d_{0,2}$	$d_{0,3}$	$d_{0,4}$	$d_{0,5}$	$d_{0,6}$	$d_{0,7}$	$p_{0,8}$
$d_{1,0}$	$d_{1,1}$	$d_{1,2}$	$d_{1,3}$	$d_{1,4}$	$d_{1,5}$	$d_{1,6}$	$d_{1,7}$	$p_{1,8}$
$d_{2,0}$	$d_{2,1}$	$d_{2,2}$	$d_{2,3}$	$d_{2,4}$	$d_{2,5}$	$d_{2,6}$	$d_{2,7}$	$p_{2,8}$
$d_{3,0}$	$d_{3,1}$	$d_{3,2}$	$d_{3,3}$	$d_{3,4}$	$d_{3,5}$	$d_{3,6}$	$d_{3,7}$	$p_{3,8}$
$d_{4,0}$	$d_{4,1}$	$d_{4,2}$	$d_{4,3}$	$d_{4,4}$	$d_{4,5}$	$d_{4,6}$	$d_{4,7}$	$p_{4,8}$
$d_{5,0}$	$d_{5,1}$	$d_{5,2}$	$d_{5,3}$	$d_{5,4}$	$d_{5,5}$	$d_{5,6}$	$d_{5,7}$	$p_{5,8}$
$d_{6,0}$	$d_{6,1}$	$d_{6,2}$	$d_{6,3}$	$d_{6,4}$	$d_{6,5}$	$d_{6,6}$	$d_{6,7}$	$p_{6,8}$
$d_{7,0}$	$d_{7,1}$	$d_{7,2}$	$d_{7,3}$	$d_{7,4}$	$d_{7,5}$	$d_{7,6}$	$d_{7,7}$	$p_{7,8}$
$p_{8,0}$	$p_{8,1}$	$p_{8,2}$	$p_{8,3}$	$p_{8,4}$	$p_{8,5}$	$p_{8,6}$	$p_{8,7}$	$p_{8,8}$

(a) Wie groß ist die Minimaldistanz d dieses Codes? Begründen Sie Ihre Antwort.

(b) Können mit diesem Code alle Einbitfehler, Zweibitfehler, und Dreibitfehler erkannt und korrigiert werden? Warum?

(c) Geben Sie ein Beispiel für einen Vierbitfehler, der vom Code nicht erkannt wird.

(d) Wie viele verschiedene Vierbitfehler der in (c) ermittelten Art gibt es? Wie groß ist der Anteil dieser Fehler in Relation zur Gesamtanzahl der möglichen Vierbitfehler?

Aufgabe 6.3 (Punkte 20+20)

Hamming-Code: Entsprechend dem in der Vorlesung vorgestellten Schema, wird ein 7-Bit Hamming-Code gebildet, um Einzelbitfehler korrigieren zu können. Wie in der Tabelle dargestellt, besitzt er vier Informationsbits (d_i) und drei Prüfbits (p_j). Insgesamt sind $2^4 = 16$ Informationen codierbar; die Codewörter sind in der linken Tabelle aufgelistet:

	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7
Nr.	p_1	p_2	d_1	p_3	d_2	d_3	d_4
0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	1	0	0	1
2	0	1	0	1	0	1	0
3	1	0	0	0	0	1	1
4	1	0	0	1	1	0	0
5	0	1	0	0	1	0	1
6	1	1	0	0	1	1	0
7	0	0	0	1	1	1	1
8	1	1	1	0	0	0	0
9	0	0	1	1	0	0	1
10	1	0	1	1	0	1	0
11	0	1	1	0	0	1	1
12	0	1	1	1	1	0	0
13	1	0	1	0	1	0	1
14	0	0	1	0	1	1	0
15	1	1	1	1	1	1	1

Codewortstelle	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7
Bedeutung	p_1	p_2	d_1	p_3	d_2	d_3	d_4
Prüfgruppe A	*		*		*		*
Prüfgruppe B		*	*			*	*
Prüfgruppe C				*	*	*	*

Für die Prüfstellen gilt:

$c_1 = c_3 \oplus c_5 \oplus c_7$
$c_2 = c_3 \oplus c_6 \oplus c_7$
$c_4 = c_5 \oplus c_6 \oplus c_7$

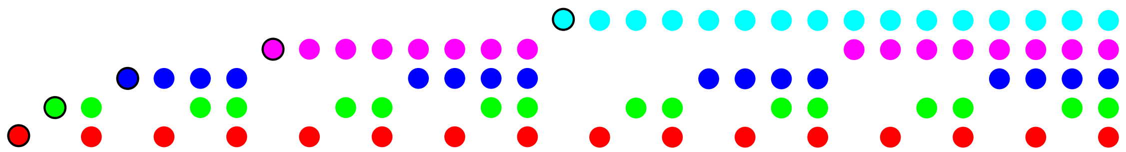
Um (einen) Einzelbitfehler zu lokalisieren, bildet man ein Prüfwort (x_a, x_b, x_c), wobei gilt:

$x_a = c_1 \oplus c_3 \oplus c_5 \oplus c_7$
$x_b = c_2 \oplus c_3 \oplus c_6 \oplus c_7$
$x_c = c_4 \oplus c_5 \oplus c_6 \oplus c_7$

(a) Zeigen Sie anhand eines Beispiels, wie ein auftretender Einzelbitfehler lokalisiert und damit korrigiert werden kann. Verfälschen Sie dazu die Codewortstelle c_7 des 9. Codewortes (s. Tabelle) und bilden Sie die Prüfbits.

Wie kann man dann aus dem Prüfwort die fehlerhafte Codewortstelle bestimmen?

(b) Beschreiben Sie, wie man aus einem Schema für Hamming-Codes, wie nachfolgend angegeben, Generatormatrix G und die Prüfmatrix H erstellen kann.



2^0	2^1		2^2				2^3								2^4															
c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9	c_{10}	c_{11}	c_{12}	c_{13}	c_{14}	c_{15}	c_{16}	c_{17}	c_{18}	c_{19}	c_{20}	c_{21}	c_{22}	c_{23}	c_{24}	c_{25}	c_{26}	c_{27}	c_{28}	c_{29}	c_{30}	c_{31}
p_1	p_2	d_1	p_3	d_2	d_3	d_4	p_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}	d_{11}	p_5	d_{12}	d_{13}	d_{14}	d_{15}	d_{16}	d_{17}	d_{18}	d_{19}	d_{20}	d_{21}	d_{22}	d_{23}	d_{24}	d_{25}	d_{26}