Universität Hamburg
MIN-Fakultät, Department Informatik, AB TAMS
J. Zhang, D. Klimentjew

Sekretariat: T. Tetsis
Raum F-311
Tel 42883-2430, Fax 42883-2397

Übungen zur Vorlesung "Einführung in die Robotik"
Sommersemester 2012 Blatt 5

Ausgabe: 26.06.2012, **Abgabe:** 10.07.2012 8:30(st.) Uhr in F-334

Dieser Übungszettel beinhaltet Übungen zu Interpolation und Splines.

Aufgabe 5.1 Explizite Berechnungsvorschrift:
Aus der Vorlesung ist Ihnen bereits die rekursive Berechnugsvorschrift für B-Spline Basisfunktionen bekannt. Im Hinblick auf echzeitfähige Anwendungen bietet sich jedoch eine explizite Berechnug an, wenn die Ordnung der zu berechnenden B-Spline Basisfunktionen feststeht. Leiten Sie für die B-Spline Basisfunktionen der Ordnung 1 bis 3 diese explizite Berechnungsformeln her.

Aufgabe 5.2 B-Spline Basisfunktionen (Programmieraufgabe):
Zeichnen Sie, z.B. mit einem Programm wie "gnuplot", die B-Spline Basisfunktionen der Ordnung 1 bis 4 über den Intervallen $[t_i, t_{i+1}], i = 0, 1, 2, 3, 4$.

Aufgabe 5.3 B-Spline Kurven (Programmieraufgabe):
Legen Sie einige eindimensionale Punkte als Kontrollpunkte (de Boor-Punkte) fest, z.B. $0.5, 1.0, 0.3, 0.55, 0.2, 0.4, 0.1$, und erzeugen Sie eine Kurve über "Blending" (Mischen) mit den in Aufgabe 6.2 gezeichneten B-Spline Basisfunktionen verschiedener Ordnungen.

Aufgabe 5.4 Zweidimensionale B-Splines:
Es seien $t_1 = -3, t_2 = -2, t_3 = -1, t_4 = 1, t_5 = 2$ und $t_6 = 3$. Das Kontrollpolygon sei gegeben durch die Punkte $\vec{v}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ -12 \end{bmatrix}, \vec{v}_1 = \begin{bmatrix} 12 \\ -12 \end{bmatrix}, \vec{v}_2 = \begin{bmatrix} 12 \\ 12 \end{bmatrix}, \vec{v}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 12 \end{bmatrix}$. $x(t)$ und $y(t)$ seien die Kurven basierend auf B-Splines der 3. Ordnung. Berechnen Sie: $\begin{bmatrix} x(0) \\ y(0) \end{bmatrix}$ und $\begin{bmatrix} x'(0) \\ y'(0) \end{bmatrix}$ nach der rekursiven Darstellung der B-Spline-Basisfunktionen (De Boor Algorithmus).

Aufgabe 5.5 Bernsteinpolynome:
Gegeben seien die Bersteinpolynome mit drei Variablen (u, v, w):

$$B_{i,j,k}(u,v,w) = \begin{cases} \frac{(i+j+k)!}{i!j!k!} \cdot u^i \cdot v^j \cdot w^k & , \text{ falls } i,j,k \geq 0 \\ 0 & , \text{ sonst} \end{cases}$$

Berechnen Sie $B_{2,2,2}(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$.

Aufgabe 5.6 Quadratische Approximation:
Gegeben sind die Ordinaten (Knotenpunkte) $t_0 = -2, t_1 = -1, t_2 = 0, t_3 = 1$ und $t_4 = 2$, sowie die zu interpolierenden Punkte $a_0, \cdots, a_4$. Bestimmen Sie eine quadratische Funktion $q(t) = x \cdot t^2 + y \cdot t + z$ so, daß der quadratische Fehler für unterstehenden Ordinaten möglichst klein wird.

a). $a_0 = -1, a_1 = -1, a_2 = 0, a_3 = 1, a_4 = 1$;

b). $a_0 = 1, a_1 = 0, a_2 = -2, a_3 = 0, a_4 = 1$.

(Hinweis: wählen die x, y, z so daß alle Richtungesableitungen der Funktion $q(t)$ 0 werden.)