

## Übungen zum Modul WPM6: Algorithmisches Lernen

### SS 2012 Blatt 3

Ausgabe: 27.06.2012, Besprechung: 11.07.2012

#### Aufgabe 3.1 Lagrange Polynome:

Gegeben sind die vier Stützpunkte  $(0, 1), (1, 3), (3, -2), (5, 4)$ . Berechnen Sie mittels Lagrange Interpolation das Polynom  $p_3(x)$  durch diese vier Punkte. Vereinfachen Sie die Gleichung dabei so weit wie möglich. Zeichnen Sie mit einem Tool Ihrer Wahl (z.B. python, gnuplot oder matlab) die vier Grundpolynome sowie das Polynom  $p_3(x)$ . (Langrangschen Grundpolynome  $\prod_{k \neq j} \frac{x-x_k}{x_i-x_k}$ ).

**Aufgabe 3.2 PCA:** Für diese Aufgabe kann ein Tool Ihrer Wahl (z.B. Python, Matlab...) verwendet werden. Gegeben ist die folgende zweidimensionale Datenmenge:

$x_1$	6	10	9	5	6	8	14	7	12	10	10	15	18	8	12	11	14	18	8
$x_2$	4	5	6	7	7	8	8	9	9	10	11	11	11	12	12	13	13	13	14
$x_1$	17	11	13	16	9	19	11	22	13	17	21	15	17	20	22	25	18	24	21
$x_2$	14	15	15	15	16	16	17	17	18	18	18	18	20	20	20	20	21	21	22

- Zeichnen Sie die Punktwolke dieser 38 Datenpunkte.
- Führen Sie auf der gegebenen Datenmenge eine PCA durch.
- Zeichnen Sie die aus der PCA gewonnenen Eigenvektoren und interpretieren Sie das Ergebnis.

#### Aufgabe 3.3 Rücktransformation:

Gegeben seien die Daten aus Aufgabe 2

- Geben Sie die allgemeingültige Formel zur Rücktransformation der dimensionsreduzierten Daten, die aus einer PCA gewonnen wurden, in den Ausgangsraum an.
- Berechnen Sie zu der gegebenen Datenmenge jeweils den dimensionsreduzierten sowie den rücktransformierten Wert wenn Sie zur Dimensionsreduktion nur den Eigenvektor zu dem größten Eigenwert verwenden.
- Zeichnen Sie die rücktransformierten Werte in ein Koordinatensystem ein.
- Bestimmen Sie für jeden Datenpunkt den Fehler der bei der 1 dimensionalen Rücktransformation durch die Dimensionsreduzierung entsteht.

#### Aufgabe 3.4 B-Spline Basisfunktionen (Programmieraufgabe):

Zeichnen Sie die B-Spline Basisfunktionen der Ordnung 1 bis 4 über den Intervallen  $[t_i, t_{i+1}]$ ,  $i = 0, 1, 2, 3, 4$ .

#### Aufgabe 3.5 B-Spline Kurven (Programmieraufgabe):

Legen Sie einige eindimensionale Punkte als Kontrollpunkte (de Boor-Punkte) fest, z.B. 0.5, 1.0, 0.3, 0.55, 0.2, 0.4, 0.1, und erzeugen Sie eine Kurve über "Blending" (Mischen) mit den in Aufgabe gezeichneten B-Spline Basisfunktionen verschiedener Ordnungen.

#### Aufgabe 3.6 B-Splines: Explizite Berechnungsvorschrift:

Aus der Vorlesung ist Ihnen bereits die rekursive Berechnungsvorschrift für B-Spline Basisfunktionen bekannt. Im Hinblick auf echtzeitfähige Anwendungen bietet sich jedoch eine explizite Berechnung an, wenn die Ordnung der zu berechnenden B-Spline Basisfunktionen feststeht. Leiten Sie für die B-Spline Basisfunktionen der Ordnung 1 bis 3 diese explizite Berechnungsformeln her.

