



# 64-424 Intelligente Roboter

[http://tams.informatik.uni-hamburg.de/  
lectures/2011ws/vorlesung/ir](http://tams.informatik.uni-hamburg.de/lectures/2011ws/vorlesung/ir)

Jianwei Zhang



Universität Hamburg  
Fakultät für Mathematik, Informatik und Naturwissenschaften  
Fachbereich Informatik

**Technische Aspekte Multimodaler Systeme**

Wintersemester 2011/2012



# Gliederung

1. Grundlagen der Sensorik
2. Winkel und Bewegungen
3. Kräfte und Druck
4. Abstandssensoren
5. Scandaten verarbeiten
6. Rekursive Zustandsschätzung
7. **Sichtsysteme**
  - Transformationen
  - Homogene Transformationen
  - Kamera-Kalibrierung
  - Anwendungen
  - Omnidirektionale Sichtsysteme
  - Symmetrie



# Gliederung (cont.)

## Literatur

8. Fuzzy-Logik
9. Steuerungsarchitekturen

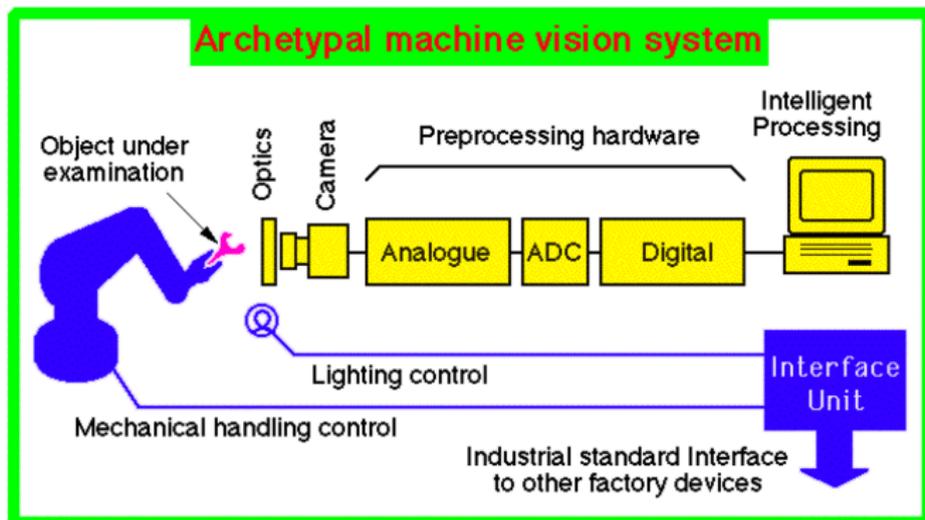




## Sichtsysteme in der Robotik

- ▶ Linearkamera (z.B. Barcode-Scanner)
- ▶ analoge CCD-Kamera (schwarz/weiß)
- ▶ analoge CCD-Farbkamera (1 Chip oder 3 Chips)
- ▶ High-Dynamic-Range CMOS-Kamera
- ▶ Digitalkameras (USB oder Firewire)
- ▶ Kamera + strukturiertes Licht  
(Laser, Farbstreifen oder -muster)
- ▶ Stereosysteme
- ▶ *catadioptrische* Systeme (z.B. omnidirektionale Sichtsysteme)
  - ▶ *dioptrics* → Linsen
  - ▶ *catoptrics* → Spiegel

# Sichtsysteme und Manipulation





# Sichtsysteme in industriellen Roboteranwendungen

- ▶ Greifen von Objekten
  - ▶ separat oder geordnet liegende Werkstücke
  - ▶ wahllos durcheinander liegende Werkstücke („Bin-Picking“, „Griff in die Kiste“)
- ▶ Handhabung von Objekten
  - ▶ Veredeln, Abdichten, Entgraten, Schneiden, Binden, Verpacken, ...
  - ▶ Inspektion während der Fertigung
- ▶ Montage
  - ▶ Punkt- und Bogenschweißen
  - ▶ Schrauben, Stecken
  - ▶ Befestigen, Kleben
  - ▶ ...



# Sichtsysteme in der kognitiven Robotik

## Erkennen von

### ▶ Objekten

- ▶ statisch: Typisieren, Suchen, Indizieren, ...
- ▶ dynamisch: Bewegungen, Detektion von Fehloperationen, ...

### ▶ Menschen

- ▶ Gesicht
- ▶ Blickrichtung
- ▶ Gestik
- ▶ Operationsvorgang (einzelne Operationen, Reihenfolge, ...)



## Sichtsysteme in der kognitiven Robotik (cont.)

### Weltmodellierung:

- ▶ Ortung von Objekten
- ▶ 3D-Rekonstruktion
- ▶ Belegung der Umwelt
- ▶ Lage/Orientierung des Roboters
  - ▶ relativ
  - ▶ absolut
  - ▶ ...bezogen auf verschiedene Koordinatensysteme

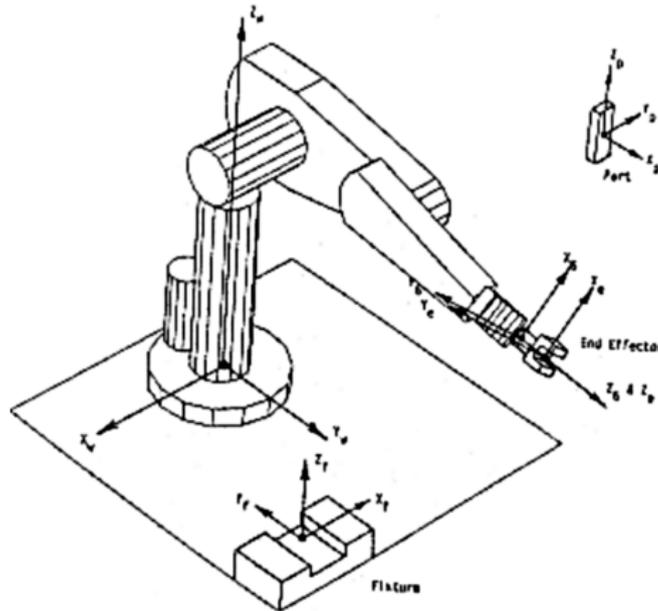


## Sichtsysteme in der kognitiven Robotik (cont.)

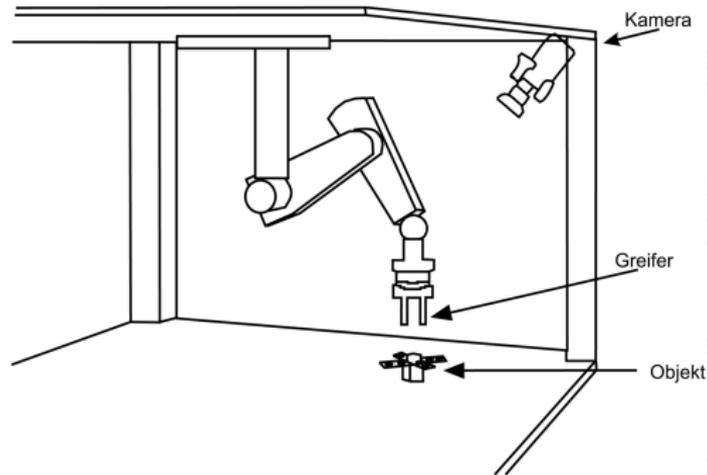
Vom Sichtsystem geführte Bewegungen:

- ▶ Visual-Servoing
  - ▶ Grob- und Feinpositionierung
  - ▶ Verfolgung von beweglichen Objekten
  - ▶ Schwingen, Jonglieren, Balancieren, ...
- ▶ Kollisionsvermeidung
  - ▶ basierend auf dem Prinzip des optischen Flusses
  - ▶ 3D-Abstandsmessungen
- ▶ Koordination mit anderen Robotern und/oder Menschen
  - ▶ Intentionserkennung
  - ▶ Bewegungsschätzung

# Koordinatensysteme eines Manipulationssystems



# Roboter - Tisch - Kamera







## Transformationen (cont.)

Punkte eines Koordinatensystems lassen sich über Transformationen in ein anderes Koordinatensystem überführen:

**Z:** Transformation von Welt- in Manipulatorbasiskoordinaten

**$T_6$ :** komplette kinematische Transformation von der Manipulatorbasis bis zum Manipulatorende für einen Roboterarm mit sechs Freiheitsgraden

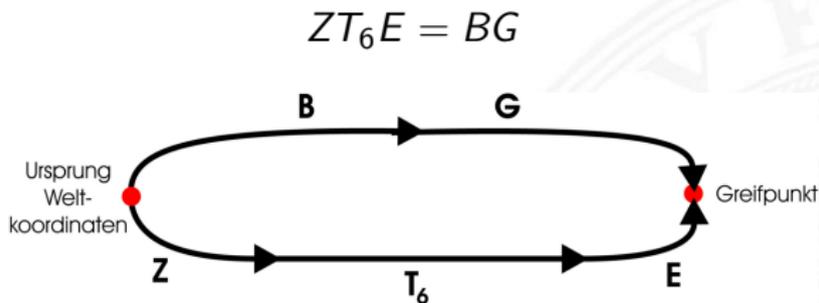
**E:** Transformation vom Manipulatorende zum Greifer

**B:** Transformation von Welt- zu Objektkoordinaten

**G:** Beschreibung der Greifposition/-orientierung in Objektkoordinaten

## Transformationen (cont.)

Greift der Roboter ein Objekt, lässt sich die Weltkoordinate des Greifpunktes auf zwei Arten bestimmen und es ergibt sich:





## Transformationen (cont.)

Soll der Manipulator zur Greifposition bewegt werden, muss folgende Gleichung gelöst werden:

$$T_6 = Z^{-1}BGE^{-1}$$

Um die Position des Objektes nach vollendeter Greifoperation zu bestimmen, berechnet man:

$$B = ZT_6EG^{-1}$$



## Transformationen (cont.)

Eine Kamera im System liefert zwei weitere Transformationen:

- C:** Transformation von Kamera- in Weltkoordinaten  
(Bestimmung der Transformation *off-line* durch Kalibrierung der Kamera)
- I:** Transformation vom Koordinatensystem im Greifpunkt zum Kamerakoordinatensystem  
(Greifpunkt wird mit Methoden der Bildverarbeitung bestimmt)



## Transformationen (cont.)

Die Transformation  $P$  vom Greifpunkt zum Weltkoordinatensystem ist dann:

$$P = I C$$

Die Kamera-Welt-Kalibrierung kann aus folgender Gleichung abgeleitet werden:

$$C = I^{-1} P$$



# Homogene Koordinaten

- ▶ *Homogene Koordinaten* sind bekannt aus der Computergrafik um Probleme in der Matrixberechnung zu umgehen
- ▶ Ein  $n$ -dimensionaler Raum wird mit  $n + 1$  Dimensionen dargestellt
- ▶ Aus  $(x, y, z)$  wird  $(hx, hy, hz, h)$ , wobei  $h$  eine beliebige Zahl ist
- ▶ In der Robotik ist  $h = 1$ , was einer direkten Projektion zwischen  $n$ - und  $(n + 1)$ -dimensionalem Raum entspricht
- ▶  $h$  ist eine Art Skalierung



# Homogene Transformationen

- ▶ Eine  $3 \times 3$ -Matrix kann eine Rotation, Skalierung oder Scherung beschreiben aber keine Verschiebung (Translation)
- ▶ Dies kann umgangen werden, indem eine weitere Spalte zur Matrix hinzugefügt wird
- ▶ **Aber:** Die Matrix ist dann nicht mehr invertierbar
- ▶ Man definiert daher eine  $4 \times 4$ -Matrix um sowohl Rotation, Translation, Scherung, Projektion, lokale und komplette Skalierung zu beschreiben



# Homogene Transformationen (cont.)

$$T = \left[ \begin{array}{c|c} \begin{array}{c} \textit{Rotation} \\ \textit{Scherung} \\ \textit{lokale Skalierung} \end{array} & \begin{array}{c} \textit{Translation} \\ \\ \\ \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} \textit{Projektion} \end{array} & \begin{array}{c} \textit{Skalierung} \end{array} \end{array} \right]$$

$$= \left[ \begin{array}{c|c} \begin{array}{c} 3 \\ \times \\ 3 \end{array} & \begin{array}{c} 3 \\ \times \\ 1 \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} 1 \times 3 \end{array} & \begin{array}{c} 1 \times 1 \end{array} \end{array} \right]$$



## Homogene Transformationen (cont.)

In der Robotik ist man nur an Rotation und Translation interessiert  
Daher ergibt sich:

$$T = \left[ \begin{array}{ccc|c} \textit{Rotation} & & & \textit{Translation} \\ \hline & & & \\ & & & \\ & & & \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$



# Translation

$$\text{Trans}(p_x, p_y, p_z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p_x \\ 0 & 1 & 0 & p_y \\ 0 & 0 & 1 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



## Rotation um $x$ -Achse

$$Rot_x(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ 0 & \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



## Rotation um $y$ -Achse

$$Rot_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



## Rotation um z-Achse

$$Rot_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



# Kamera-Kalibrierung

**Kamera-Kalibrierung** im Kontext der drei-dimensionalen maschinellen Bildverarbeitung ist die Bestimmung der **intrinsischen** und/oder **extrinsischen Kamera-Parameter**

**Intrinsische Parameter:** Interner geometrischer Aufbau und optische Eigenschaften der Kamera

**Extrinsische Parameter:** Drei-dimensionale Position und Orientierung des Koordinatensystems der Kamera relativ zu einem Weltkoordinatensystem



## Kamera-Kalibrierung (cont.)

### Welche Information erhält man?

Um 3D-Objekte aus zwei oder mehr Bildern zu generieren, ist es notwendig die Beziehung zwischen dem Koordinatensystem des 2D-Bildes und dem des 3D-Objektes zu kennen

Die Beziehung zwischen 2D und 3D kann durch zwei Transformationen beschrieben werden



## Kamera-Kalibrierung (cont.)

- 1. Perspektivische Projektion eines 3D-Punktes auf einen 2D-Bildpunkt**
  - ▶ Mit der Schätzung eines 3D-Objektpunktes und der dazugehörigen Fehler-Kovarianzmatrix kann die Projektion auf ein Bild vorhergesagt werden
- 2. Rückprojektion eines 2D-Punktes auf einen 3D-Strahl**
  - ▶ Sei ein 2D-Bildpunkt gegeben, dann gibt es einen Strahl im dreidimensionalen Raum auf dem der korrespondierende 3D-Objektpunkt liegt
  - ▶ Gibt es zwei oder mehr Ansichten des 3D-Punktes, kann dessen Koordinate mit Hilfe der *Triangulation* bestimmt werden



## Kamera-Kalibrierung (cont.)

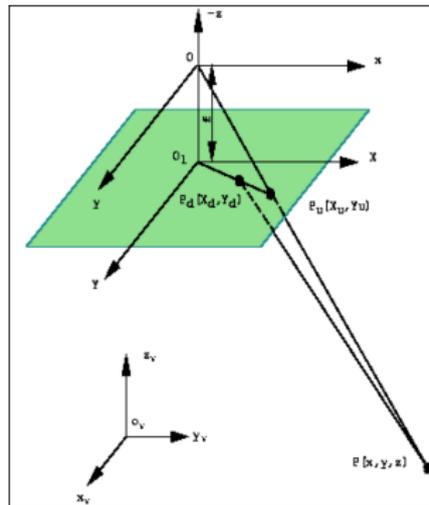
- ▶ Die erste Transformation ist nützlich um den Suchraum beim Merkmalsvergleich oder bei der Hypothesen-Verifikation in der Szenenanalyse zu verringern
- ▶ Die zweite Transformation ist hilfreich um 3D-Information aus Merkmalen in 2D-Bildern abzuleiten
- ▶ Verschiedene Anwendungen für die Transformationen:
  - ▶ Automatische Montage
  - ▶ 3D-Messtechnik
  - ▶ Roboter-Kalibrierung
  - ▶ Tracking
  - ▶ Trajektorien-Analyse
  - ▶ automatische Fahrzeugführung



## Kalibrierungsmethoden

- ▶ Die Kamera-Kalibrierung kann *on-line* oder *off-line* erfolgen
- ▶ Kalibrierungsobjekt:
  - ▶ Identifikation der Kamera-Parameter
  - ▶ Direkte Erstellung der Koordinaten-Transformation zwischen Kamera- und Weltkoordinaten
- ▶ Selbst-Kalibrierung
- ▶ Methoden des maschinellen Lernens

# Modell einer Kamera ohne Verzeichnung



Lochkameramodell mit und ohne radiale Linseverzerrung



## Modell einer Kamera ohne Verzeichnung (cont.)

- ▶  $(x_w, y_w, z_w)$ : 3D-Weltkoordinatensystem mit Ursprung  $O_w$
- ▶  $(x, y, z)$ : 3D-Koordinatensystem der Kamera mit Ursprung  $O$  (optisches Zentrum)
- ▶  $(X, Y)$ : 2D-Bildkoordinatensystem mit Ursprung  $O_1$
- ▶  $f$ : Brennweite der Kamera

## Transformation von Welt- in Kamerakoordinaten

- ▶ Sei  $P(x_w, y_w, z_w)$  ein Punkt im Weltkoordinatensystem
- ▶ Seine Projektion auf die Bildebene kann wie folgt ermittelt werden:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \end{bmatrix} + t$$

$$\text{mit } R = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ r_4 & r_5 & r_6 \\ r_7 & r_8 & r_9 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad t = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}$$

- ▶ Die Parameter  $R$  und  $t$  sind die *extrinsischen* Parameter



## Projektion von Kamera- auf Bildkoordinaten

- ▶ Punkt  $P$  wird auf die analoge (ideale) Bildkoordinate  $(u, v)$  projiziert
- ▶ *Perspektivische Projektion* mit Brennweite  $f$ :

$$u = f \frac{x}{z} \quad v = f \frac{y}{z}$$

- ▶ Die Bildkoordinate  $(X, Y)$  errechnet sich aus  $(u, v)$  mit:

$$X = s_u u \quad Y = s_v v$$

- ▶ Die Skalierungsfaktoren  $s_u$  und  $s_v$  rechnen die analogen Koordinaten von Meter in Pixel um
- ▶  $s_u$ ,  $s_v$  und  $f$  sind die *intrinsischen* Kamera-Parameter



## Projektion von Welt- auf Bildkoordinaten

- ▶ Da nur zwei unabhängige intrinsische Parameter existieren, definiert man:

$$f_x \equiv fs_u \quad \text{und} \quad f_y \equiv fs_v$$

- ▶ Diese Gleichungen liefern das verzeichnungsfreie Kameramodell:

$$X = f_x \frac{r_1 x_w + r_2 y_w + r_3 z_w + t_x}{r_7 x_w + r_8 y_w + r_9 z_w + t_z}$$

$$Y = f_y \frac{r_4 x_w + r_5 y_w + r_6 z_w + t_y}{r_7 x_w + r_8 y_w + r_9 z_w + t_z}$$



## Pixelkoordinaten im Rechner

- ▶ Von den im Rechner gespeicherten Bildkoordinaten  $(X_f, Y_f)$  wird die Koordinate  $(C_x, C_y)$  des Bildmittelpunktes abgezogen
- ▶ Damit ergibt sich:

$$X = X_f - C_x$$

$$Y = Y_f - C_y$$

- ▶ Die Unsicherheit über den Bildmittelpunkt kann 10-20 Pixel erreichen



## Kalibrierung einer Kamera: Grundkonzept

Das Lochkamera-Modell liefert für die Kalibrierung

- ▶ die drei unabhängigen extrinsischen Parameter von  $R$
- ▶ die drei unabhängigen extrinsischen Parameter von  $t$
- ▶ die intrinsischen Parameter  $f_x$ ,  $f_y$ ,  $C_x$  und  $C_y$



## Kalibrierungspunkte

Die Kalibrierung erfolgt mit einer Menge von  $m$  Objektpunkten, die

1. bekannte Weltkoordinaten  $\{x_{w,i}, y_{w,i}, z_{w,i}\}$ ,  $i = 1, \dots, m$  in hinreichend genauer Präzision haben
2. innerhalb des Sichtfeldes der Kamera liegen

Diese *Kalibrierungspunkte* werden im Kamerabild mit ihren respektiven Kamerakoordinaten  $\{X_i, Y_i\}$  detektiert



# Kalibrierung

- ▶ Das Problem bei der Kalibrierung einer Kamera ist die Identifikation der unbekanntenen Koeffizienten des Kameramodells
- ▶ Die Bestimmung für das verzeichnungsfreie Kameramodell liefert explizit die Position der Kamera in Weltkoordinaten
- ▶ Die grundlegendste Strategie für eine Kamerakalibration ermittelt die Koeffizienten mit Hilfe der *linear-least-squares*-Identifikation der im folgenden vorgestellten *perspektivischen Transformationsmatrix* (engl. *Perspective Transformation Matrix*)

## Verzeichnungsfreies Kameramodell

Das verzeichnungsfreie Kameramodell

$$X = f_x \frac{r_1 x_w + r_2 y_w + r_3 z_w + t_x}{r_7 x_w + r_8 y_w + r_9 z_w + t_z}, \quad Y = f_y \frac{r_4 x_w + r_5 y_w + r_6 z_w + t_y}{r_7 x_w + r_8 y_w + r_9 z_w + t_z}$$

lässt sich umschreiben zu

$$X = \frac{a_{11}x_w + a_{12}y_w + a_{13}z_w + a_{14}}{a_{31}x_w + a_{32}y_w + a_{33}z_w + a_{34}}$$

$$Y = \frac{a_{21}x_w + a_{22}y_w + a_{23}z_w + a_{24}}{a_{31}x_w + a_{32}y_w + a_{33}z_w + a_{34}}$$

## Perspektivische Transformationsmatrix

- ▶ Es kann  $a_{34} = 1$  gesetzt werden, da eine Skalierung der Koeffizienten  $a_{11}, \dots, a_{34}$  die Werte von  $X$  und  $Y$  nicht ändert
- ▶ Die Koeffizienten  $a_{11}, \dots, a_{34}$  korrespondieren mit der so genannten *perspektivischen Transformationsmatrix*
- ▶ Die vorangegangenen beiden Gleichungen können im folgenden Identifikationsmodell zusammengefasst werden:

$$\begin{bmatrix} x_w & y_w & z_w & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -Xx_w & -Xy_w & -Xz_w \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x_w & y_w & z_w & 1 & -Yx_w & -Yy_w & -Yz_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} \\ \vdots \\ a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}$$



## Least Squares

- ▶ Die elf unbekanntenen Koeffizienten  $a_{11}, \dots, a_{33}$  werden mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt
- ▶ Minimal sind **sechs** Kalibrierungspunkte notwendig
- ▶ Jedes Paar Datenpunkte  $\{(x_{w,i}, y_{w,i}, z_{w,i}), (X_i, Y_i)\}$  liefert zwei algebraische Gleichungen mit den gesuchten Koeffizienten
- ▶ Es kann gezeigt werden, dass die Kalibrierungspunkte **nicht koplanar** sein dürfen
- ▶ Ist dies nicht der Fall, ist die erste Matrix im Identifikationsmodell singulär, da die Spalten 3 und 4 sowie 7 und 8 linear abhängig sind



## Probleme

- ▶ Die vorgestellte Lösung ist noch nicht global optimal, da bisher keine Linsenverzeichnung berücksichtigt wurde
- ▶ Es ist nicht möglich explizit die Rotationsmatrix  $R$  und den Translationsvektor  $t$  zu bestimmen
- ▶ Das bedeutet die vorgestellte Kalibrierung ermöglicht **nicht** die Nutzung einer Kamera, die an einem sich bewegenden Roboterarm montiert ist
- ▶ Die Herstellung eines präzisen 3D-Kalibrierungsaufbaus ist aufwendiger als die eines 2D-Kalibrierungsobjekts



## Stereo-Vision

- ▶ Die bisher vorgestellte Kalibrierungsmethode ermöglicht allerdings eine schnelle, wenn auch unpräzise Messung von Punkten mit einem Stereo-Kamera-Aufbau
- ▶ Dazu werden zwei Kameras  $A$  und  $B$  kalibriert und liefern die Kalibrationsvektoren  $a^A$  und  $a^B$
- ▶ Dann kann die Koordinate  $\{x_w, y_w, z_w\}$  eines jeden Punktes der von beiden Kameras gesehen wird berechnet werden
- ▶ Jeder unbekannte Punkt hat die korrespondierenden Bildkoordinaten  $\{X^A, Y^A\}$  und  $\{X^B, Y^B\}$



## Stereo-Vision (cont.)

Mit der Gleichung

$$\begin{bmatrix} a_{11} - a_{31}X & a_{12} - a_{32}X & a_{13} - a_{33}X \\ a_{21} - a_{31}Y & a_{22} - a_{32}Y & a_{23} - a_{33}Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X - a_{14} \\ Y - a_{24} \end{bmatrix}$$

für jede Kamera entsteht ein überbestimmtes Gleichungssystem, welches die Bestimmung der 3D-Koordinate eines Punktes aus den Bildkoordinaten erlaubt



## Kameramodell mit Linsenverzeichnung

- ▶ Reale Kameras und Linsen verursachen eine Vielzahl von Abbildungsfehlern und genügen nicht dem Modell
- ▶ Die Hauptfehlerquellen sind:
  1. Räumliche Auflösung relativ gering, da die Auflösung der Kameras ebenfalls noch gering ist (Aktuelle DV-Kameras: 320x200, 640x480 @30 fps; 800x600, 1024x768 @15 fps; 1280x960 @7.5 fps)
  2. Die meisten (billigen) Linsen sind unsymmetrisch und erzeugen Verzerrungen
  3. Der Zusammenbau der Kamera ist nicht präzise durchführbar (Mittelpunkt des CCD-Chips liegt nicht auf der optischen Achse; Chip liegt nicht parallel zur Linse etc.)
  4. Timing-Fehler zwischen Kamera-Hardware und Grabber-Hardware



## Verzeichnung

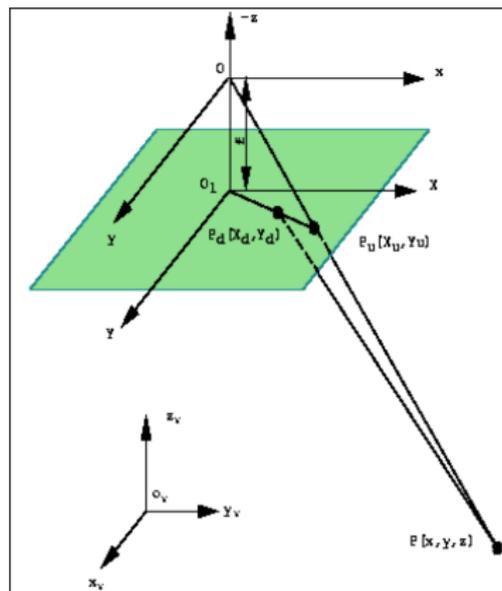
- ▶ Verzeichnung durch das Linsensystem resultiert in einer geänderten Position der Bildpixel auf der Bildebene
- ▶ Das Lochkameramodell wird dem nicht mehr gerecht
- ▶ Es wird ersetzt durch folgendes Modell:

$$u' = u + D_u(u, v)$$

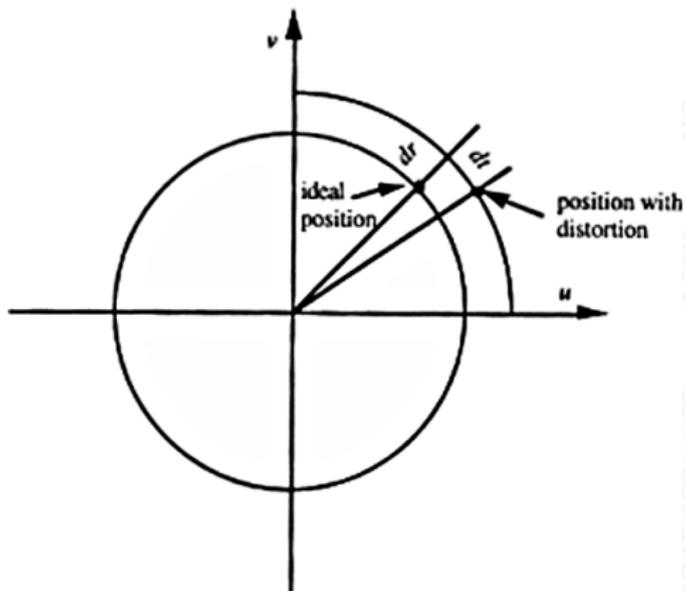
$$v' = v + D_v(u, v)$$

wobei  $u$  und  $v$  die nicht beobachtbaren, verzeichnungsfreien Bildkoordinaten sind und  $u'$  und  $v'$  die korrespondierenden verzerrten Koordinaten

# Verzeichnung (cont.)



## Verzerrung (cont.)



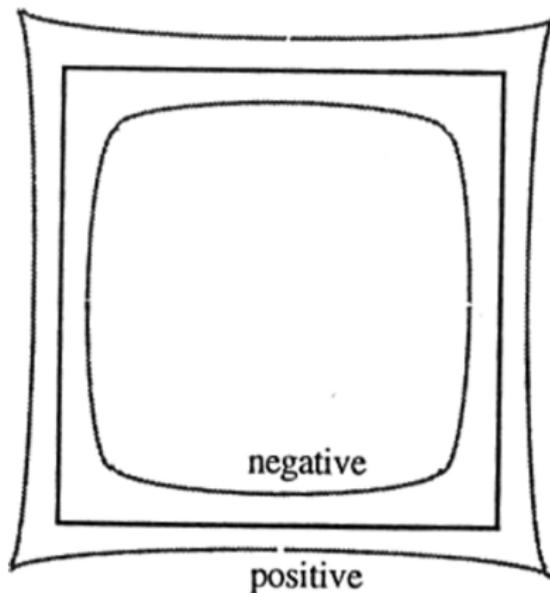


## Arten von Verzeichnungen

- ▶ Es gibt **zwei** Arten von Verzeichnungen:
  - ▶ *radial*
  - ▶ *tangential*
- ▶ Radiale Verzeichnung verursacht einen Versatz der idealen Position nach innen (Tonne) oder außen (Kissen)
- ▶ Ursache: fehlerhafte radiale Krümmung der Linse

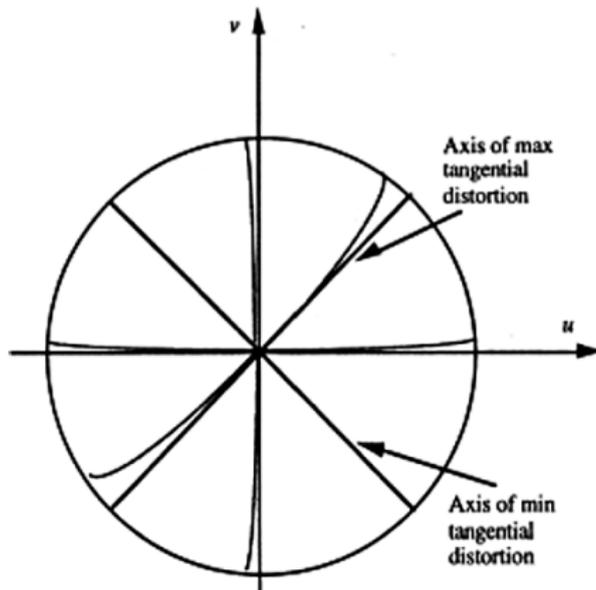


## Radiale Verzeichnung



gerade Linien → keine Verzeichnung

# Tangentiale Verzeichnung



gerade Linien → keine Verzeichnung



## Modellierung der Linsenverzeichnung

- ▶ Nach Weng et. al. (1992) unterscheidet man drei Verzeichnungen, die modelliert werden:
  1. Radiale Linsenverzeichnung (engl. *radial distortion*)
  2. Dezentrierende Verzeichnung (engl. *decentering distortion*)
  3. Verzeichnung des dünnen Prismas (engl. *thin prism distortion*)
- ▶ Die dezentrierende Verzeichnung und die Verzeichnung des dünnen Prismas sind sowohl radial als auch tangential
- ▶ Bei der dezentrierenden Verzeichnung sind die optischen Zentren der Linsen nicht kollinear



## Modell: Radiale Verzeichnung

### Radiale Verzeichnung

$$D_{ur} = ku(u^2 + v^2) + O[(u, v)^5]$$

$$D_{vr} = kv(u^2 + v^2) + O[(u, v)^5]$$



## Modell: Dezentrierende Verzeichnung

### Dezentrierende Verzeichnung

$$D_{ud} = p_1(3u^2 + v^2) + 2p_2uv + O[(u, v)^4]$$

$$D_{vd} = 2p_1uv + p_2(u^2 + 3v^2) + O[(u, v)^4]$$



## Modell: Verzeichnung des dünnen Prismas

Verzeichnung des dünnen Prismas

$$D_{up} = s_1(u^2 + v^2) + O[(u, v)^4]$$

$$D_{vp} = s_2(u^2 + v^2) + O[(u, v)^4]$$



## Gesamtmodell der Linsenverzeichnung

Wir ignorieren die Terme mit Ordnung höher als 4 und fassen die vorangegangenen Modelle zusammen:

$$D_u = ku(u^2 + v^2) + (p_1(3u^2 + v^2) + 2p_2uv) + s_1(u^2 + v^2)$$

$$D_v = kv(u^2 + v^2) + (2p_1uv + p_2(u^2 + 3v^2)) + s_2(u^2 + v^2)$$



## Vereinfachtes Modell

Da die radiale Linsenverzeichnung der dominierende Effekt ist, kann folgendes Gleichungssystem als vereinfachtes Kameramodell verwendet werden:

Vereinfachtes Kameramodell mit Verzeichnung

$$u' = u(1 + k' r'^2)$$

$$v' = v(1 + k' r'^2)$$

mit  $r'^2 = u^2 + v^2$

## Radialer Verzeichnungskoeffizient

Da  $u$  und  $v$  unbekannt sind, werden diese durch die messbaren Bildkoordinaten  $X$  und  $Y$  ersetzt und es gilt

$$r'^2 = (X/s_u)^2 + (Y/s_v)^2$$

Definiert man  $k \equiv k' s_v^2$ , den *radialen Verzeichnungskoeffizienten* (engl. *radial distortion coefficient*), dann folgt

$$\mu \equiv \frac{f_y}{f_x} = \frac{s_v}{s_u}$$

und

$$r^2 \equiv \mu^2 X^2 + Y^2$$



## Modell für kleine radiale Verzeichnungen

Mit den oben genannten Modifikationen erhält man folgendes Kameramodell für kleine radiale Verzeichnungen

$$X(1 + kr^2) \cong f_x \frac{r_1x_w + r_2y_w + r_3z_w + t_x}{r_7x_w + r_8y_w + r_9z_w + t_z},$$

$$Y(1 + kr^2) \cong f_y \frac{r_4x_w + r_5y_w + r_6z_w + t_y}{r_7x_w + r_8y_w + r_9z_w + t_z}$$



## Variation

Ein für das *least squares* Verfahren nützlicher Trick ist die Verwendung der folgenden Variation des vorigen Modells

$$\frac{X}{1 + kr^2} \cong f_x \frac{r_1 x_w + r_2 y_w + r_3 z_w + t_x}{r_7 x_w + r_8 y_w + r_9 z_w + t_z},$$

$$\frac{Y}{1 + kr^2} \cong f_y \frac{r_4 x_w + r_5 y_w + r_6 z_w + t_y}{r_7 x_w + r_8 y_w + r_9 z_w + t_z}$$

und gilt unter der Annahme, dass  $kr^2 \ll 1$  ist



## *radial alignment constraint*

Wenn neben der radialen keine weiteren Verzeichnungen auftreten, erhält man das *radial alignment constraint* (**RAC**)

$$\frac{X}{Y} = \mu^{-1} \frac{r_1 x_w + r_2 y_w + t_x}{r_4 x_w + r_5 y_w + t_y}$$

bzw:

$$X_d : Y_d = x : y$$

mit  $X_d = f_x X$  und  $Y_d = f_y Y$



## Tsai's RAC-basierte Kamerakalibrierung

- ▶ Annahme  $C_x, C_y$  und  $\mu$  sind bekannt
- ▶ Ziel ist die Ermittlung der extrinsischen Parameter  $R$  und  $t$  sowie der intrinsischen Parameter  $f_x, f_y$  und  $k$
- ▶ Für die Kalibrierung wird eine Menge **koplanarer** Kalibrationspunkte verwendet werden
- ▶ Die Kalibrierung beinhaltet zwei Schritte
  1. Ermitteln der Rotationsmatrix  $R$  und der Komponenten  $t_x$  und  $t_y$  des Translationsvektors
  2. Schätzung der übrigen Parameter aufgrund der Ergebnisse des ersten Schrittes



# Kamerakalibrierung nach Tsai: Schritt 1

## 1. Berechnung der Bildkoordinaten $(X_i, Y_i)$

Sei  $N$  die Anzahl der Bildpunkte, dann gilt für  $i = 1, 2, \dots, N$

$$X_i = X_{f,i} - C_x$$

$$Y_i = Y_{f,i} - C_y$$

wobei  $X_{f,i}$  und  $Y_{f,i}$  die Pixelwerte im Rechner sind



## Kamerakalibrierung nach Tsai: Schritt 1 (cont.)

### 2. Bestimmung der Zwischenparameter $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$

- ▶ Da RAC unabhängig vom  $k$  und  $f$  ist, können  $R$ ,  $t_x$  und  $t_y$  berechnet werden
- ▶ Wir definieren

$$\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\} \equiv \{r_1 t_y^{-1}, r_2 t_y^{-1}, t_x t_y^{-1}, r_4 t_y^{-1}, r_5 t_y^{-1}\}$$



## Kamerakalibrierung nach Tsai: Schritt 1 (cont.)

- ▶ Wenn man für den  $i$ -ten Kalibrationspunkt beide Seiten der RAC-Gleichung durch  $t_y$  teilt und den entstehenden Ausdruck umarrangiert, erhält man

$$\begin{bmatrix} x_{w,i} Y_i & y_{w,i} Y_i & Y_i & -x_{w,i} \mu X_i & -y_{w,i} \mu X_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{bmatrix} = \mu X_i$$

wobei  $x_{x,i}$  und  $y_{w,i}$  die  $x$  und  $y$  Koordinaten des  $i$ -ten Kalibrationspunktes sind



## Kamerakalibrierung nach Tsai: Schritt 1 (cont.)

- ▶ Die minimale Anzahl an notwendigen **nicht kollinearen** Kalibrationspunkten ist  $N = 5$
- ▶ In der Praxis sollte  $N > 5$  gewählt werden
- ▶ **Bemerkung:** Falls  $t_y = 0$  kann obige Gleichung auch in Abhängigkeit von  $t_x$  formuliert werden
- ▶ Erhält man  $t_x = t_y = 0$ , so ist der gewählte Kameraaufbau in geeigneter Form abzuändern



## Kamerakalibrierung nach Tsai: Schritt 1 (cont.)

### 3. Berechnung von $R$ , $t_x$ und $t_y$

- ▶ Definiere  $C \equiv \begin{bmatrix} v_1 & v_2 \\ v_4 & v_5 \end{bmatrix}$
- ▶ Wenn **keine** Zeile oder Spalte zu null wird, gilt:

$$t_y^2 = \frac{S_r - \sqrt{S_r^2 - 4(v_1 v_5 - v_4 v_2)^2}}{2(v_1 v_5 - v_4 v_2)} \quad \text{mit} \quad S_r \equiv v_1^2 + v_2^2 + v_4^2 + v_5^2$$

- ▶ Andernfalls gilt

$$t_y^2 = (v_i^2 + v_j^2)^{-1}$$

wobei  $v_i$  und  $v_j$  die Elemente aus  $C$  sind, die nicht null sind



## Kamerakalibrierung nach Tsai: Schritt 1 (cont.)

- ▶ Physikalisch sollten die Vorzeichen von  $x$  und  $X$  sowie  $y$  und  $Y$  gleich sein
- ▶ Dies wird genutzt, um das Vorzeichen von  $t_y$  zu bestimmen
- ▶ Annahme:  $t_y > 0$
- ▶ Berechnung von

$$r_1 = v_1 t_y$$

$$r_2 = v_2 t_y$$

$$r_4 = v_4 t_y$$

$$r_5 = v_5 t_y$$

$$t_x = v_3 t_y$$



## Kamerakalibrierung nach Tsai: Schritt 1 (cont.)

- ▶ Mit einem beliebigen Kalibrationspunkt lassen sich die folgenden Koordinaten bestimmen:

$$x = r_1 x_w + r_2 y_w + t_x$$

$$y = r_4 x_w + r_5 y_w + t_y$$

- ▶ Gilt  $\text{sign}(x) = \text{sign}(X)$  und  $\text{sign}(y) = \text{sign}(Y)$ , dann gilt die Annahme  $\text{sign}(t_y) = 1$  und wir behalten  $r_1, r_2, r_4, r_5$  und  $t_x$
- ▶ Andernfalls setzen wir  $\text{sign}(t_y) = -1$  und drehen die Vorzeichen von  $r_1, r_2, r_4, r_5$  und  $t_y$  entsprechend um

## Kamerakalibrierung nach Tsai: Schritt 1 (cont.)

- ▶ Es gibt zwei mögliche Lösungen für die Rotationsmatrix  $R$ , wenn eine  $2 \times 2$ -Teilmatrix bekannt ist
- ▶ Diese Lösungen sind  $f_x$  mit positivem und mit negativem Vorzeichen
- ▶  $R$  kann wie folgt berechnet werden

$$r_3 = \pm(1 - r_1^2 - r_2^2)^{1/2}$$

$$r_6 = \mp \text{sign}(r_1 r_4 + r_2 r_5)(1 - r_4^2 - r_5^2)^{1/2}$$

$$[r_7 \ r_8 \ r_9]^T = [r_1 \ r_2 \ r_3]^T \times [r_4 \ r_5 \ r_6]^T$$

- ▶ Eine der beiden Lösungen führt zu einem positiven  $f_x$  in *Schritt 2*



## Kamerakalibrierung nach Tsai: Schritt 1 (cont.)

### Anmerkungen:

- ▶ Die sich ergebende Matrix  $R$  ist möglicherweise nicht orthonormal
- ▶ Es müssen daher noch Orthonormalisierungsschritte durchgeführt werden, die hier nicht weiter erläutert werden



## Kamerakalibrierung nach Tsai: Schritt 2

### Bestimmung der Parameter $t_z$ , $k$ , $f_x$ und $f_y$

- ▶ Wenn  $R$ ,  $t_x$  und  $t_y$  bekannt sind, können die übrigen Parameter mit folgender Gleichung für den  $i$ -ten Kalibrationspunkt bestimmt werden:

$$\begin{bmatrix} -X_i & x_i & -x_i r_i^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_z \\ f_x \\ k f_x \end{bmatrix} = X_i w_i$$

mit

$$x_i \equiv r_1 x_{w,i} + r_2 y_{w,i} + t_x$$

$$w_i \equiv r_7 x_{w,i} + r_8 y_{w,i}$$



## Kamerakalibrierung nach Tsai: Schritt 2 (cont.)

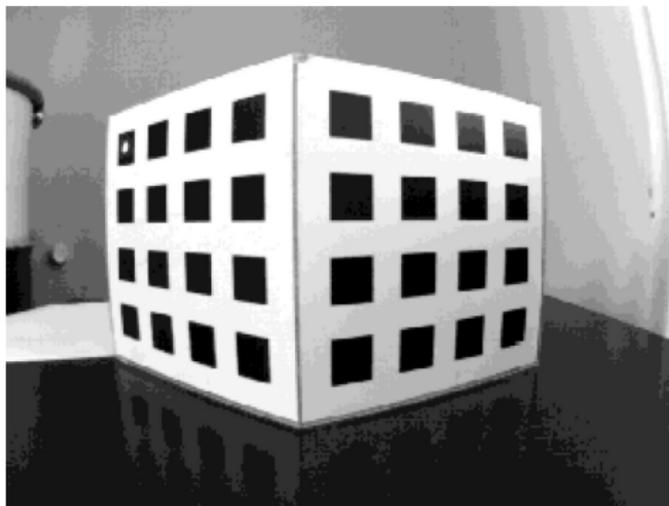
- ▶ Immer wenn mehr als drei Kalibrationspunkte benutzt werden, entsteht ein überbestimmtes Gleichungssystem
- ▶ Die Lösung mit Hilfe des *least-squares*-Verfahrens liefert  $k$ ,  $t_z$  und  $f_x$
- ▶ Mit  $f_x$  lassen sich die übrigen Parameter errechnen:

$$f_y = f_x \mu$$

$$k = (k f_x) f_x^{-1}$$



## 3D-Kalibrierungsaufbau



Typischer 3D-Kalibrierungsaufbau



## Schnelle RAC-basierte Kalibrierung

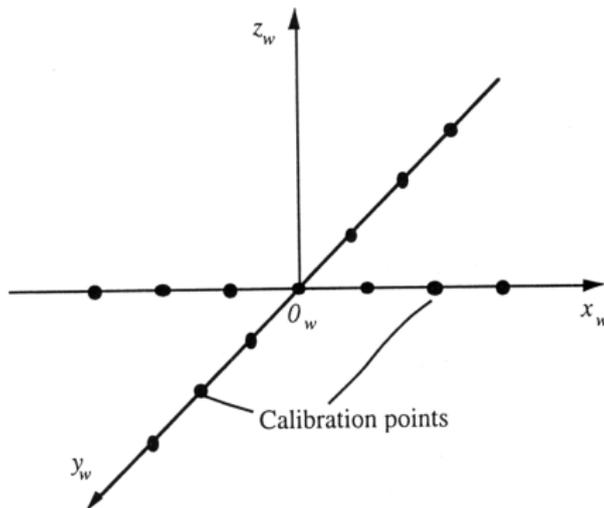
- ▶ Wenn für den erste Schritt des Tsai-Algorithmus nur Kalibrationspunkte auf der  $x$ - und  $y$ -Achse des Weltkoordinatensystems verwendet werden, vereinfacht sich die RAC-Gleichung
- ▶ Üblicherweise: Die mittlere Reihe und mittlere Spalte einer typischen Kalibrierungsplatte definieren dann die  $x_w$ - und  $y_w$ -Achse
- ▶ Beim Tsai-Algorithmus wird das *linear-least-squares*-Verfahren in Schritt eins auf fünf, in Schritt zwei auf drei Variablen angewandt
- ▶ Mit obiger Vereinfachung muss das *least-squares*-Verfahren dreimal für zwei Variablen angewandt werden



## Schnelle RAC-basierte Kalibrierung (cont.)

- ▶ Da es hierfür eine geschlossene Lösung gibt, reduziert sich die für die Kalibrierung notwendige Rechenzeit signifikant
- ▶ Voraussetzung für die schnelle Variante des Tsai-Algorithmus ist, das  $\mu$  sowie  $C_x$  und  $C_y$  *a priori* bekannt sind
- ▶ Wie bei Tsai's Kalibrierung sind zwei Schritte notwendig:
  1. Verwendung von Kalibrationspunkten auf der  $x_w$ - und  $y_w$ -Achse und einer vereinfachten RAC-Gleichung, um  $R$ ,  $t_x$  und  $t_y$  zu bestimmen
  2. Bestimmung der übrigen Parameter mit allen sichtbaren Kalibrationspunkten

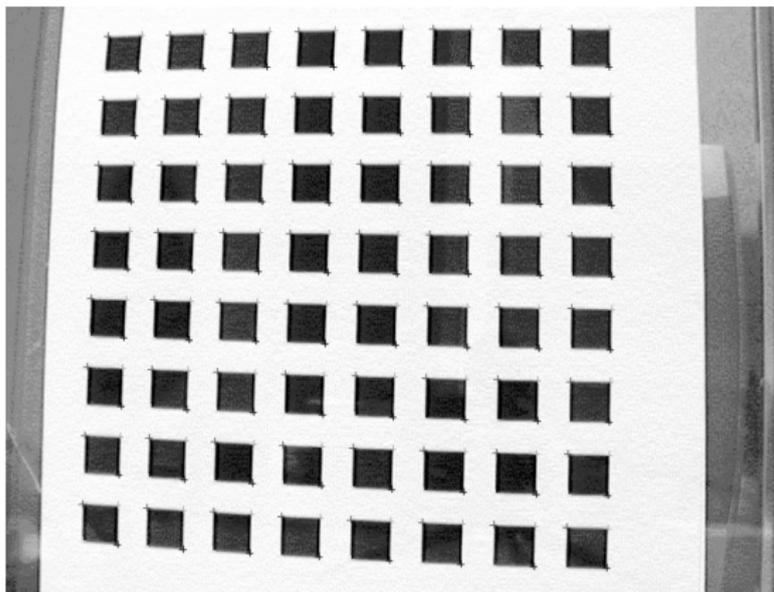
## Schnelle RAC-basierte Kalibrierung (cont.)



Kalibrationspunkte für die erste Phase der schnellen RAC-basierten Kalibrierung



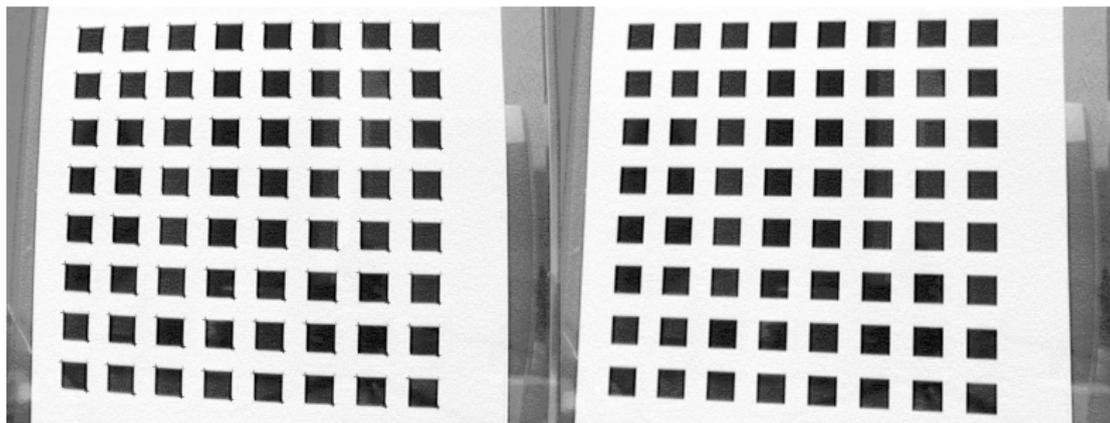
## Schnelle RAC-basierte Kalibrierung (cont.)



Typische Kalibrierungsplatte



## Schnelle RAC-basierte Kalibrierung (cont.)



Mit einer kalibrierten Kamera lässt sich das Bild entzerren



# Implizite Kamerakalibrierung

- ▶ Die *implizite Kamerakalibrierung* berücksichtigt alle Linsenverzeichnungen (Gesamtmodell)
- ▶ Wie bei der Kalibrierung ohne Linsenverzeichnung werden die Parameter nicht explizit bestimmt
- ▶ **Notation:**

$(u^i, v^i)$  Pixelkoordinaten im Bild

$(x_i, y_i)$  Weltkoordinaten von Punkt  $P$  auf Ebene  $\pi_i$



## Implizite Kamerakalibrierung (cont.)

- Projektion vom Pixel- auf das Weltkoordinatensystem auf eine Ebene  $\pi_1$  ergibt sich aus dem Gesamtmodell wie folgt:

$$X_1 = \frac{\sum_{0 \leq i+j \leq 3} a_{ij}^{(1)} u_1^i v_1^j}{\sum_{0 \leq i+j \leq 3} a_{ij}^{(3)} u_1^i v_1^j}$$

$$Y_1 = \frac{\sum_{0 \leq i+j \leq 3} a_{ij}^{(2)} u_1^i v_1^j}{\sum_{0 \leq i+j \leq 3} a_{ij}^{(3)} u_1^i v_1^j}$$

wobei  $a_{ij}^{(k)}$  die Transformationskoeffizienten sind



## Implizite Kamerakalibrierung (cont.)

- ▶ Mit Hilfe zweier Kalibrationsebenen  $\pi_1$  und  $\pi_2$  können die Transformationskoeffizienten zu den beiden Ebenen bestimmt werden
- ▶ Somit ist jeder Bildpunkt auf zwei Ebenen projizierbar
- ▶ Die wirkliche Koordinate liegt auf der Verbindungsgeraden durch die beiden Punkte



# Bestimmung einer Zeigerichtung: Motivation

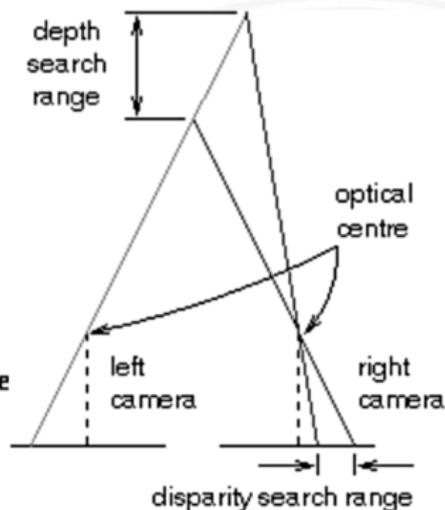
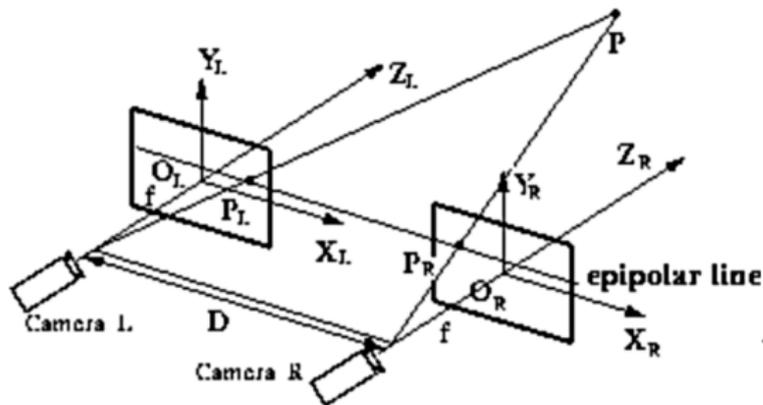
## Motivation:

- ▶ Die Erkennung von Handgesten kann im Rahmen der Mensch-Maschine-Kommunikation genutzt werden
- ▶ Anwendungen im Bereich der virtuellen Realität, Multimedia oder Roboter-Instruktion und -Teleoperation

## Lösungen:

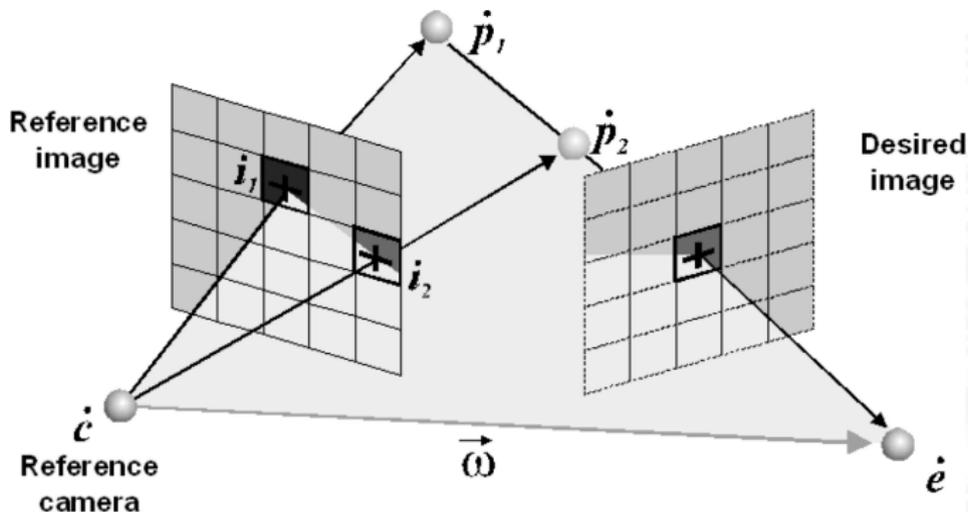
- ▶ Sensoren an der Hand (z.B. Daten-Handschuh)
- ▶ Stereo-Vision (kalibriert)
- ▶ Stereo-Vision (unkalibriert)

## Bestimmung einer Zeigerichtung: Stereo-Vision



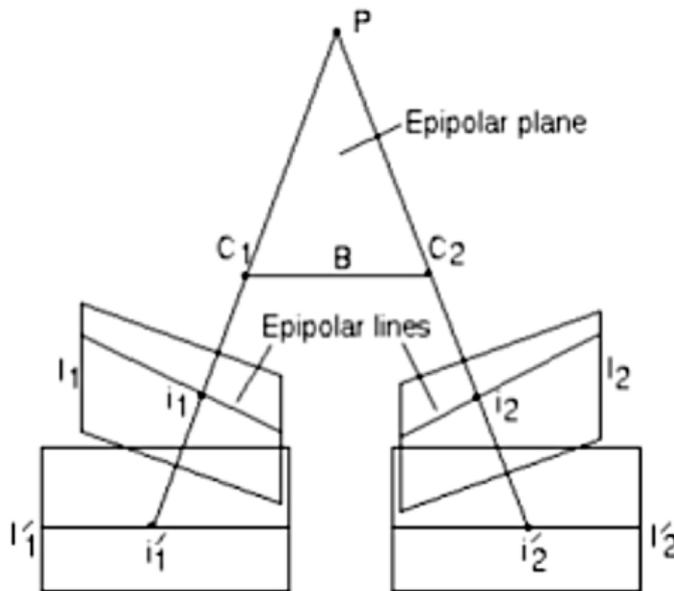
Prinzipieller Stereoaufbau mit parallelen optischen Achsen

## Bestimmung einer Zeigerichtung: Epipolarlinien



Der mit einem Punkt aus Bild 1 korrespondierende Punkt kann auf der zugehörigen Epipolarlinie in Bild 2 gefunden werden

## Bestimmung einer Zeigerichtung: Epipolarlinien



Bei parallelen optischen Achsen sind die Epipolarlinien horizontale Linien



## Unkalibrierte Stereo-Vision

- ▶ Cipolla et. al. (1994) präsentieren eine unkalibriertes Stereo-System zur Erkennung von Zeigeresten
- ▶ **Annahme:** Lochkameramodel mit Blick auf eine Ebene
- ▶ Die Beziehung zwischen Ebenenkoordinatensystem  $(X, Y)$  und Bildkoordinatensystem  $(u, v)$  lautet:

$$\begin{bmatrix} su \\ sv \\ s \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix}$$

wobei  $T_{3 \times 3}$  eine homogene Matrix mit  $t_{33} = 1$  ist



## Unkalibrierte Stereo-Vision (cont.)

- ▶ Um  $T$  zu bestimmen müssen mindestens vier Punkte beobachtet werden
- ▶ Man definiert die Grenzen der Arbeitsebene mit  $(0, 0)$ ,  $(0, 1)$ ,  $(1, 0)$  und  $(1, 1)$
- ▶ Für die beiden Kameras werden die Transformationen  $T$  und  $T'$  bestimmt

## Bestimmung des Zeigepunktes

### Notation:

$l_w$ : Längsachse des Zeigers in der Welt

$l_i$ : Projektion von  $l_w$  auf die Bildebene

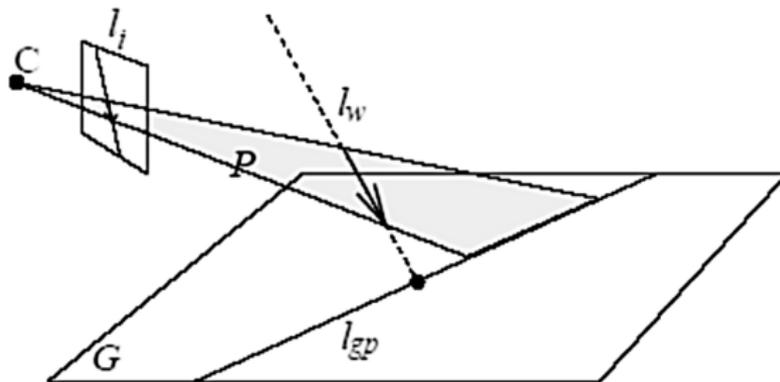
$l_{gp}$ : Projektion von  $l_w$  auf Ebene  $G$

### Verfahren:

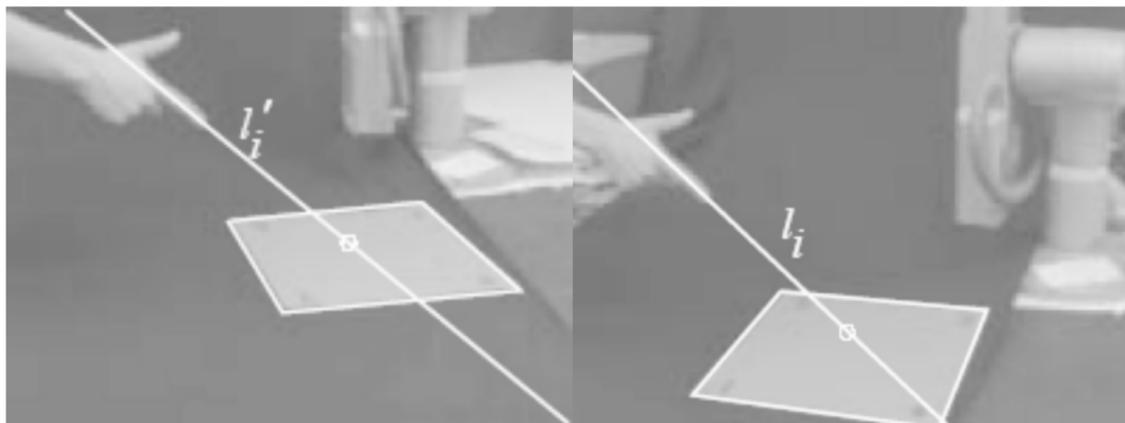
- ▶ Mit dem Bild der zweiten Kamera erhält man eine Projektion  $l'_{gp}$  deren Schnittpunkt mit  $l_{gp}$  der Zeigepunkt ist
- ▶  $l_i$  ist das Bild von  $l_{gp}$ , d.h.  $l_i = T l_{gp}$
- ▶ Daraus folgt

$$l_{gp} = T^{-1} l_i \quad \text{und} \quad l'_{gp} = T'^{-1} l_i$$

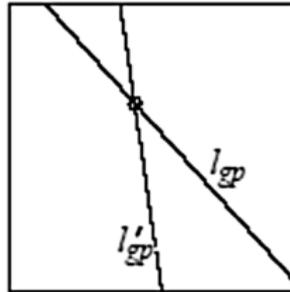
## Bestimmung des Zeigepunktes (cont.)



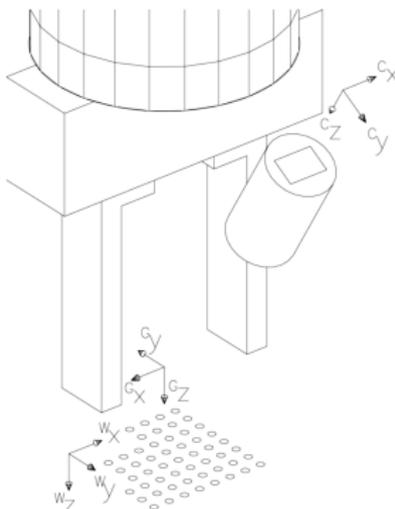
## Bestimmung des Zeigepunktes (cont.)



## Bestimmung des Zeigepunktes (cont.)



# Handkamera-Kalibrierung



Kamera-, Greifer- und Weltkoordinatensystem



## Handkamera-Kalibrierung (cont.)

### Aufgabe:

Bestimmung der festen räumlichen Relation zwischen Kamera- ( $C$ ) und Greiferkoordinatensystem ( $G$ ) repräsentiert durch die homogene Transformation  ${}^C H_G$

### Idee:

Direkte Bestimmung von  ${}^C H_G$  über modellbasierte Lokalisation sichtbarer Greifermerkmale



## Handkamera-Kalibrierung (cont.)

### Lösung:

- ▶ Positionierung des Greifers auf einem planaren Kalibrationsobjekt mit mehreren Messpunkten
- ▶ Greifer- und Weltkoordinatensystem fallen zusammen (*Ebenenkoinzidenz*)
- ▶ Ebenenkoinzidenz ermöglicht Problemkomposition

$${}^C H_G = {}^C H_W^W H_G$$



## Handkamera-Kalibrierung (cont.)

### Vorgehensweise:

1. Bestimmung der internen und externen Kameraparameter mittels Kalibrationsobjekt  $\Rightarrow {}^C H_W$
2. Bestimmung der Parameter der 2D-Transformation  ${}^W H_G$  mittels der sichtbaren Greifermerkmale



## Handkamera-Kalibrierung (cont.)

### Vorteile der „Selbtsichtbarkeit“:

- ▶ „Selbtsichtbarkeit“ ermöglicht Kalibrierung der Konfiguration ohne Testbewegungen des Manipulators im Gegensatz zu klassischen Verfahren
- ▶ Zwei punktförmige Greifermerkmale für Bestimmung von  ${}^C H_G$  ausreichend, Lösung in geschlossener Form
- ▶ Online-Überwachung der relativen Position zwischen Greifer und Objekt
- ▶ Höhere Akkuratheit der Offline-Kalibrierung durch Ausschluß kinematischer Fehler
- ▶ Höhere Robustheit durch mögliche Online-Kalibrierung



# Visuell geregeltes Greifen

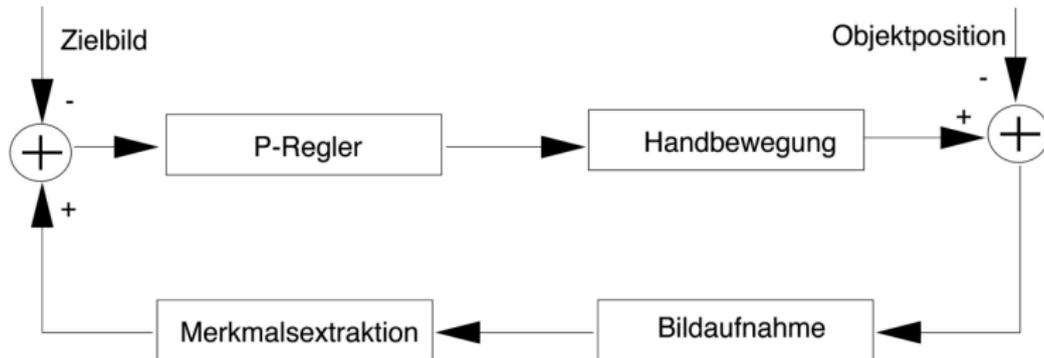
## Aufgabe:

2D-Feinpositionierung einer Roboterhand oder eines Greifers bezüglich des zu greifenden Objektes

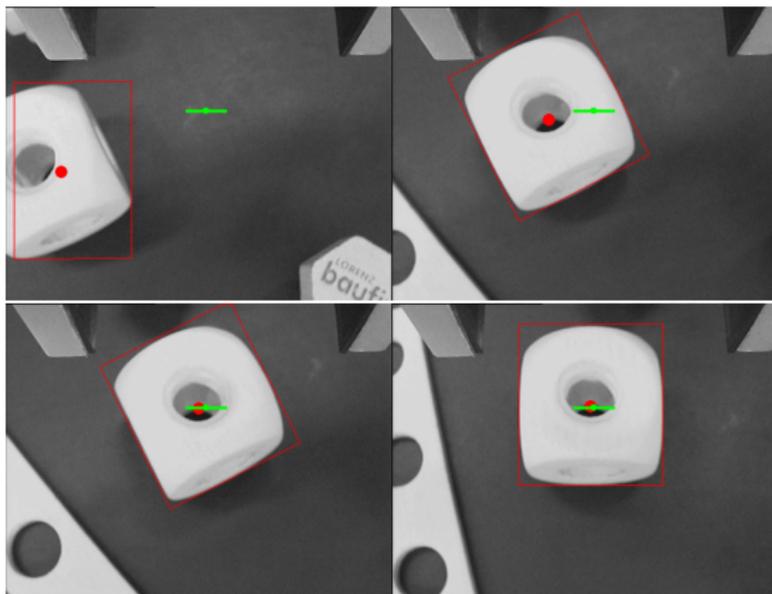
## Verfahren:

1. Offline-Vorgabe der Ziellage (z.B. Objektmerkmale aus Stereo-Bildverarbeitung)
2. Online Transformation der aktuellen Differenz zur Zielvorgabe (z.B. mit Handkamera)

## Visuell geregeltes Greifen (cont.)



## Visuell geregelt Greifen (cont.)





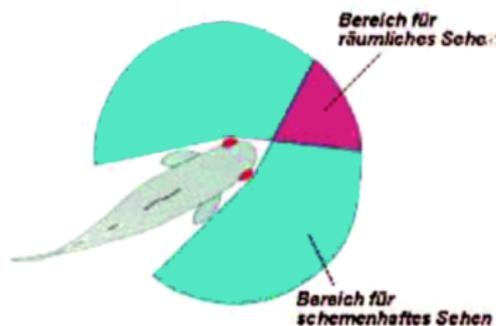
# Omnidirektionale Sichtsysteme

- ▶ Generierung von Panoramabildern mit **einer** Kamera
- ▶ 360° Rundumsicht und etwa 30° vertikales Sichtfeld



# Einführung

- ▶ **Biologische Inspiration:** Großes Sichtfeld vieler Tiere
- ▶ **Beispiel:** Sichtfeld eines Fisches



- ▶ **Problem:** Technische Umsetzung erfordert spezielle Optiken



# Kamerasysteme mit erweitertem Blickwinkel

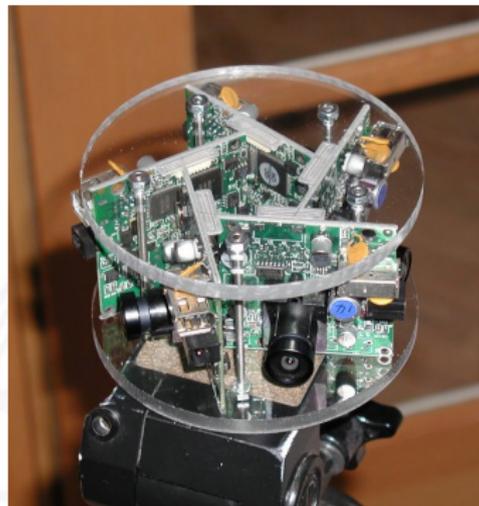
## 1. Verwendung mehrerer Kameras gleichzeitig

### Probleme:

- ▶ unterschiedliche Verzeichnungen
- ▶ unterschiedliche Farben
- ▶ unterschiedliche Helligkeiten

## Beispiel: RingCam (Microsoft-Research)

- ▶ Fünf IEEE1394-Kameras
- ▶ Auflösung von 640x480 Pixel
- ▶ Gesamtauflösung 3000x480 Pixel



<http://research.microsoft.com/~rcutler/ringcam/ringcam.htm>



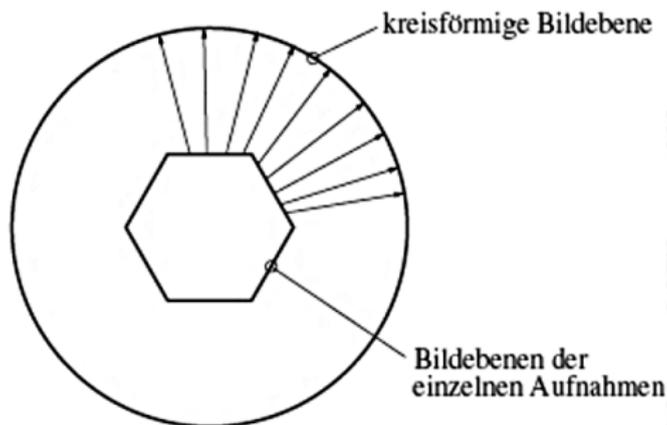
# Kamerasysteme mit erweitertem Blickwinkel

## 2. Eine schwenkbare oder rotierende Kamera

### Probleme:

- ▶ Ungenauigkeiten bei Rotation um das optische Zentrum
- ▶ zusätzlicher Energieaufwand für Rotation
- ▶ schwierige Verarbeitung der Bilder bei dynamischen Szenen
- ▶ aufwendige Umrechnungen in eine Panoramadarstellung

## Kamerasysteme mit erweitertem Blickwinkel (cont.)



## Kamerasysteme mit erweitertem Blickwinkel (cont.)

### 3. Weitwinkellinsen (Fischaugen-Objektiv)

#### Probleme:

- ▶ starke Verzeichnung
- ▶ teuer

### 4. Konvexe Spiegel und darunter angebrachte Kamera

Diese, als **catadioptrische Kamerasysteme** bezeichneten, omnidirektionalen Sichtsysteme werden im folgenden näher betrachtet. . .



# Catadioptrische Kamerasysteme

Kombinationen aus Kamera, Linsen und Spiegeln nennt man **catadioptrische Sichtsysteme**:

- ▶ *dioptrics* → Linsen
- ▶ *catoptrics* → Spiegel





## Kurze Geschichte omnidirektionaler Sichtsysteme

### 1970: U.S.-Patent von Rees

- ▶ Kamera und hyperboloider Spiegel

### 1990: Echtzeit-Verarbeitung der Bilddaten möglich

- ▶ konische, sphärische und hyperboloide Spiegel

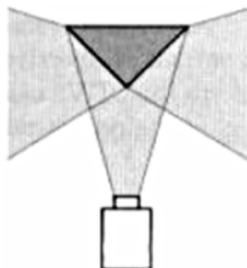
### 1997: Theoretische Analyse von Nayar und Baker

- ▶ neu: paraboloider Spiegel mit telezentrischer Linse

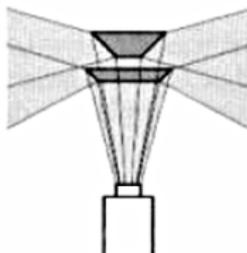
### Ausführlichere Geschichte:

<http://www.math.drexel.edu/~ahicks/design/>

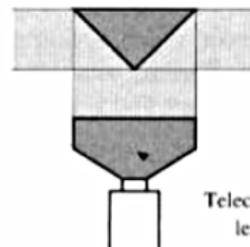
# Spiegeldesign



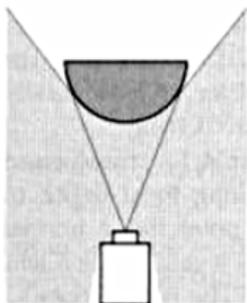
(a) Conic mirror



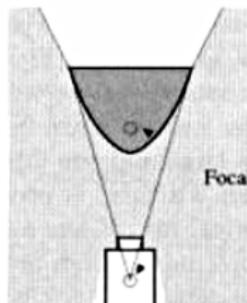
(a2)



(a3)

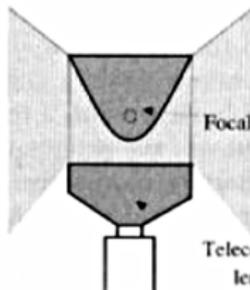
 Telecentric  
 lens


(b) Spherical mirror



(c) Hyperboloidal mirror

Focal point



(d) Paraboloid mirror

Focal point

 Telecentric  
 lens



## Nachteile der verschiedenen Spiegelformen

- ▶ Teilweise müssen telezentrische Linsen verwendet werden
  - ▶ Der vertikale Blickwinkel ist unterschiedlich
  - ▶ Die volle Auflösung der Kamera wird nicht genutzt
  - ▶ Nicht jedes omnidirektionale Bild kann perspektivisch korrekt in ein Panoramabild umgerechnet werden
- ⇒ Um ein perspektivisch korrektes Abbild aus einem Spiegelbild zu erzeugen, benötigt man einen **festen Blickpunkt** (engl. **fixed viewpoint**)

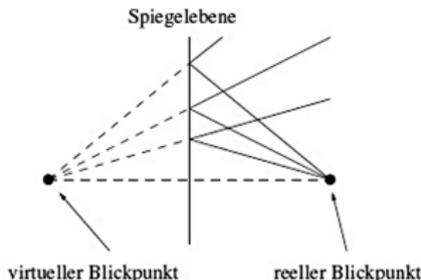


## Effektiver Blickpunkt

- ▶ Von diesem (virtuellen) Blickpunkt scheint man die Szene zu betrachten
- ▶ In ihm schneiden sich alle Lichtstrahlen die vom Spiegel reflektiert werden
- ▶ Dieser Standort des Betrachters entspricht dem Loch einer Lochkamera
- ▶ Bei einer Kamera mit Linsensystem befindet sich dieser Punkt im hinteren Brennpunkt

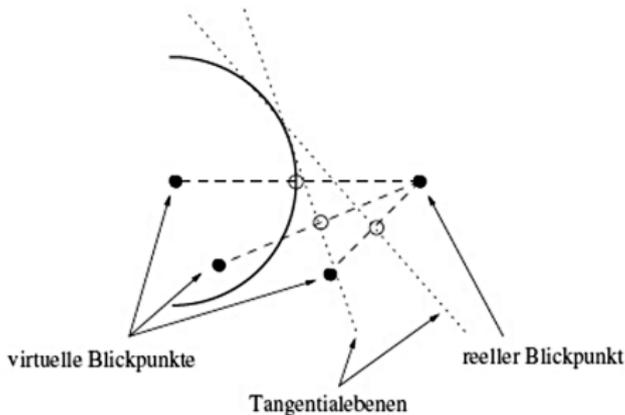


## Effektiver Blickpunkt (cont.)



- ▶ Bei einem planaren Spiegel liegt der effektive Blickpunkt des Betrachters auf der gegenüberliegenden Spiegelseite
- ▶ Der Betrachter hat den Eindruck als sehe er die Szene vom effektiven Blickpunkt aus
- ▶ Der Abstand vom Spiegel zum Betrachter ist der gleiche wie vom Spiegel zum virtuellen Blickpunkt

## Effektiver Blickpunkt (cont.)



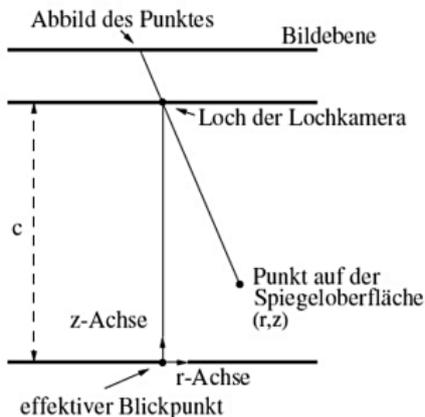
- ▶ Ist die Spiegeloberfläche gewölbt, muss an jeden Punkt der Oberfläche die Tangentialebene angelegt werden
- ▶ Auf der Senkrechten durch den realen Blickpunkt liegt auch der virtuelle Blickpunkt



## Effektiver Blickpunkt (cont.)

- ▶ Als Konsequenz ergeben sich mehrere oder unendlich viele virtuelle Blickpunkte → es kann kein perspektivisch korrektes Bild berechnet werden
- ▶ **Hinweis:** Beispiele aus der Robotik zeigen, dass diese Bedingung nicht für jede Anwendung notwendig ist
- ▶ Perspektivisch korrekte Bilder sind allerdings für den Menschen besser zu verarbeiten
- ▶ Durch geschickte Konstruktion der Spiegel lässt sich aber **ein** effektiver Blickpunkt erzeugen

# Fixed Viewpoint Constraint



**Gesucht:** Spiegeloberfläche  $z(r)$ , so dass ein effektiver Blickpunkt entsteht



## Fixed Viewpoint Constraint (cont.)

**Nayar und Baker, 1997:**

Spiegelformen, die sich aus Lösungen der folgenden quadratischen Differentialgleichung ergeben, haben einen effektiven Blickpunkt

**Fixed Viewpoint Constraint**

$$r(c - 2z) \left(\frac{dz}{dr}\right)^2 - 2(r^2 + cz - z^2) \frac{dz}{dr} + r(2z - c) = 0$$

## Allgemeine Lösung des Fixed Viewpoint Constraints

$$\left(z - \frac{c}{2}\right)^2 - r^2 \left(\frac{k}{2} - 1\right) = \frac{c^2}{4}(k - 2k) \quad (k \geq 2)$$

$$\left(z - \frac{c}{2}\right)^2 + r^2 \left(1 + \frac{c^2}{2k}\right) = \left(\frac{2k + c^2}{4}\right) \quad (k > 0)$$



# Spezielle Lösungen des Fixed Viewpoint Constraints

## Fünf Lösungen:

1.  $k = 2$  und  $c > 0$ : **Planarer Spiegel**  
⇒ keine omnidirektionalen Bilder

$$z = c/2$$

2.  $k \geq 2$  und  $c = 0$ : **Konischer Spiegel**  
⇒ Blickpunkt in Kegelspitze

$$z = \sqrt{\frac{k-2}{2}} r^2$$



## Spezielle Lösungen des Fixed Viewpoint Constraints (cont.)

3.  $k > 0$  und  $c = 0$ : **Sphärischer Spiegel**  
⇒ effektiver und realer Blickpunkt in Kugelmitte

$$z^2 + r^2 = k/2$$

4.  $k > 0$  und  $c > 0$ : **Ellipsoider Spiegel**  
⇒ effektiver und realer Blickpunkt innerhalb der Ellipse

$$\frac{1}{a_e^2} \left( z - \frac{c}{2} \right)^2 + \frac{1}{b_e^2} r^2 = 1$$

$$a_e = \sqrt{\frac{2k + c^2}{4}} \quad b_e = \sqrt{\frac{k}{2}}$$



## Spezielle Lösungen des Fixed Viewpoint Constraints (cont.)

### 5. $k > 2$ und $c < 0$ : **Hyperboloider Spiegel**

$$\frac{1}{a_h^2} \left( z - \frac{c}{2} \right)^2 + \frac{1}{b_h^2} r^2 = 1$$

$$a_h = \frac{c}{2} \sqrt{\frac{k-2}{k}}$$

$$b_h = \frac{c}{2} \sqrt{\frac{2}{k}}$$



## Aufbau omnidirektionaler Sichtsysteme

1. **Möglichkeit:** Spiegel wird mit Halterung über der Kamera montiert



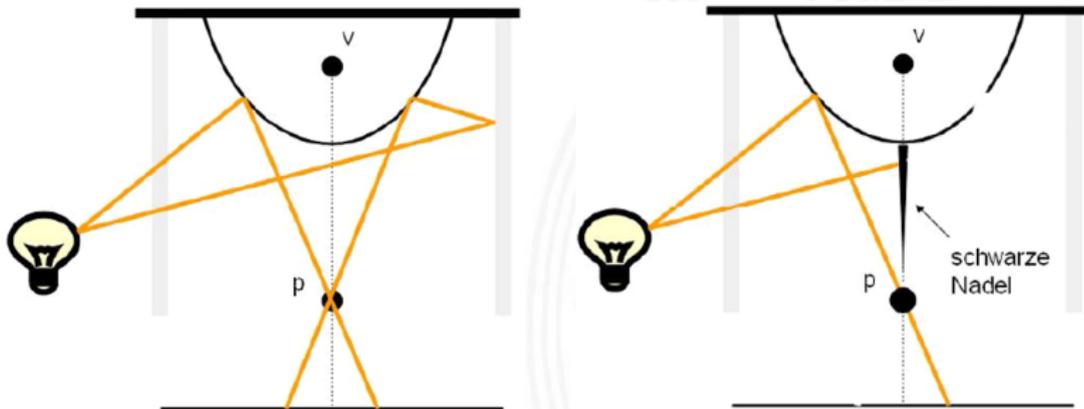
Quelle: <http://cmp.felk.cvut.cz/demos/Omnivis/Photos/fotohyper2.jpg>

**Problem:** Halterung ist immer im Panoramabild zu sehen

## Aufbau omnidirektionaler Sichtsysteme (cont.)

2. **Möglichkeit:** Spiegel wird mit Glaszylinder oder -halbkugel über der Kamera montiert

**Problem:** Reflexionen an der Innenseite des Zylinders/der Halbkugel





## Aufbau omnidirektionaler Sichtsysteme (cont.)

### Omnidirektionale Aufnahme:

Links mit Reflexionen, rechts ohne Reflexionen



## Hersteller hyperboloidaler Spiegel

- ▶ PANORAMA EYE®: Seiwapro Co., Ltd.,   
<http://www.accowle.com/englisch/>



- ▶ „Mirror-Lens“ Single-Shot Panoramaoptik:  
Panorama-Hardware, Hamburg, Deutschland  
<http://www.panorama-hardware.de>





# Panorama-Berechnung

Zwei Verfahren zur Umrechnung auf ein Panoramabild

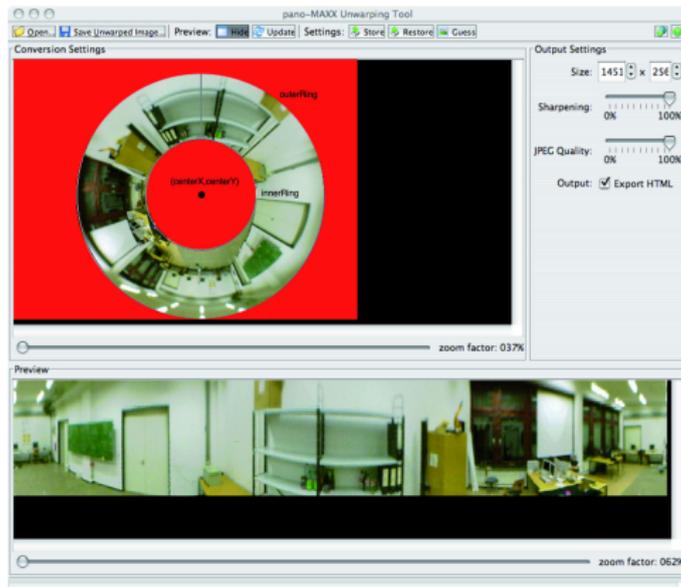
- ▶ **Einfache direkte Umwandlung**

Das Bild aus dem omnidirektionalen Sichtsystem wird gleichmäßig abgetastet

- ▶ **Hyperboloidale Projektion**

Eine Panorama ist eine Projektion auf einen Zylinder um den Spiegel

# Einfache Umrechnung



z.B. mit der kostenlosen Software *PUT* von [www.panorama-hardware.de](http://www.panorama-hardware.de)



## Einfache Umrechnung (cont.)

Für ein Panorama der Größe  $width \times height$  wird für jeden Punkt der Punkt im omnidirektionalen Bild ermittelt

```
Image createPanorama (int width, int height, Image omni)
{
    Image panorama = new Image (width, height);
    for (int i=0; i<width; i++) {
        for (int j=0; j<height; j++) {
            panorama.setPixel
                (i, j, getPixelFromOmnidirectional (i, j, omni));
        }
    }
}
```



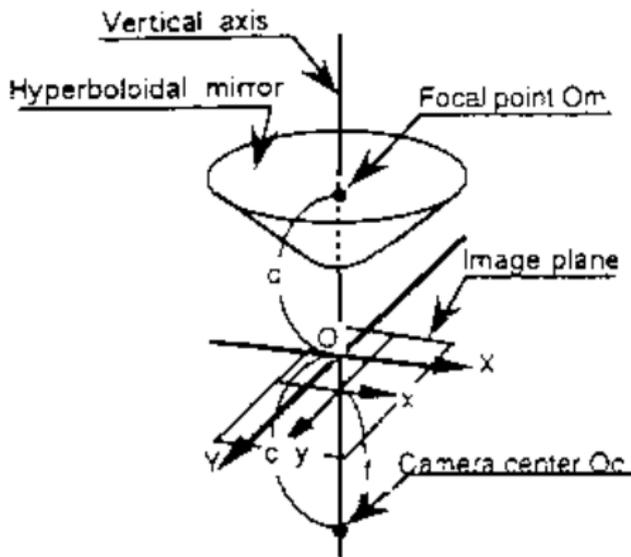
## Einfache Umrechnung (cont.)

```
Pixel getPixelFromOmnidirectional (int i, int j, Image omni)
{
    // Polarkoordinaten bestimmen
    double radius = outerRing -
        ((j/height) * (outerRing-innerRing));
    double alpha = - (i/width) * (2*PI);

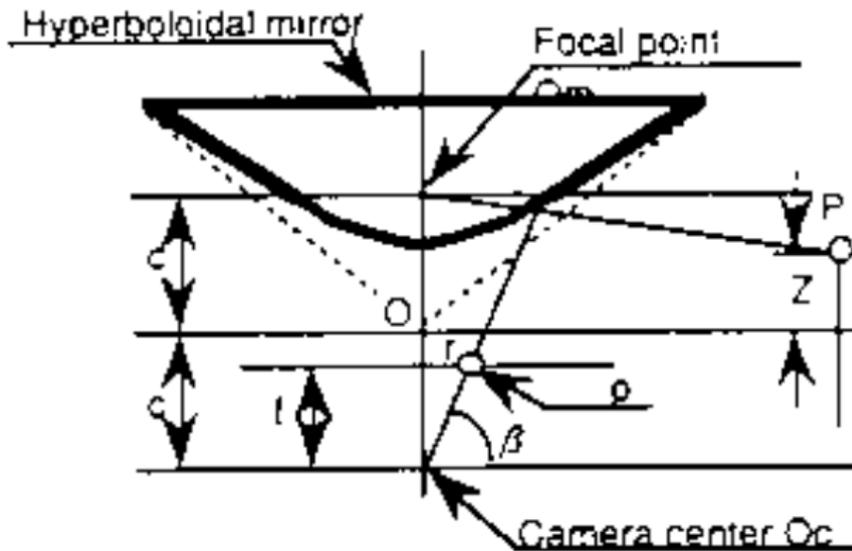
    // Koordinaten im omnidirektionalen Bild
    double x = centerX - radius * sin(alpha);
    double y = centerY + radius * cos(alpha);

    // Interpolierten Punkt zurueckgeben
    return omni.getInterpolatedPixel (x, y);
}
```

# Hyperboloidale Projektion



## Reduktion auf 2D-Problem





## Reduktion auf 2D-Problem (cont.)

**Hyperbel-Gleichung:**

$$\frac{R^2}{a^2} - \frac{Z^2}{b^2} = -1$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$



## Hyperboloidale Projektion

Im Wesentlichen sind zwei Schritte erforderlich  
 (nach *Yamazawa et. al., 1993*)

1. Projektion eines Zylinderpunktes auf die Spiegeloberfläche
2. Projektion von der Spiegeloberfläche auf die Bildfläche

$$r = f \cdot \tan(\beta)$$

$$\beta = \tan^{-1} \left( \frac{(b^2 + c^2) \cos(\alpha) - 2bc}{(b^2 - c^2) \cos(\alpha)} \right)$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{(b^2 + c^2) \cos(\beta) - 2bc}{(b^2 - c^2) \cos(\beta)} \right)$$

$$\alpha = \frac{R}{Z - c}$$



## Kamerakalibrierung

Um die hyperboloidale Projektion durchzuführen ist eine Kamerakalibrierung notwendig:

- ▶ Bekannt:  $a$  und  $b$  der Hyperbel und Spiegedurchmesser
- ▶ Es wird berechnet: extrinsische Parameter (Translation und Rotation zwischen Spiegel und Kalibrierungsgrid) und intrinsische Parameter (Fokus, Verzeichnung und Versatz)

Für die Kalibrierung gibt es ein MATLAB-Toolkit:

[http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib\\_doc/htmls/links.html](http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/htmls/links.html)



# Symmetrie

***„Symmetry is what we see at a glance; [...]“***

aus: *Pensées - Section 1: Thoughts on mind and on style*  
von: Blaise Pascal, 1660



# Was ist Symmetrie?

- ▶ Symmetrie ist überall
- ▶ Symmetrie beeinflusst unsere Wahrnehmung:
  - ▶ Symmetrische Gesichter sind schön
  - ▶ Symmetrische Architektur ist schön
  - ▶ Symmetrische Schneeflocken fallen aus den Wolken





## Was ist Symmetrie? (cont.)

- ▶ griech.: **symmetros** = regelmäßig, ebenmäßig
- ▶ Symmetrie ist vielfältig, aber es steckt immer
  - ▶ **Regelmäßigkeit** oder
  - ▶ **wiederkehrendes Element**dahinter
- ▶ Symmetrie hat etwas mit dem zu tun, was wir sehen:
  - ▶ mit Formen
  - ▶ mit Mustern
  - ▶ mit dem Aussehen der Welt



## Was ist Symmetrie? (cont.)

Beispiel für Symmetrie: **Die Schneeflocke**

- ▶ Man kann jede Schneeflocke um  $60^\circ$  drehen ...
- ▶ und dann sieht sie aus wie vorher!
- ▶ Schneeflocken sind **drehsymmetrisch**
- ▶ Die Drehung um  $60^\circ$  wird als **Symmetrieoperation** bezeichnet





# Symmetrie-Operation

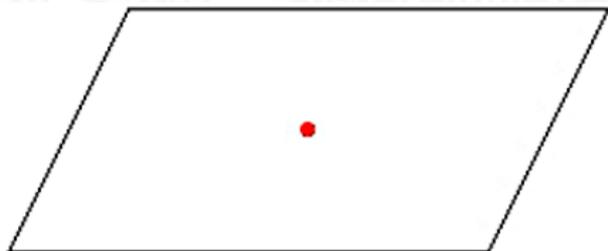
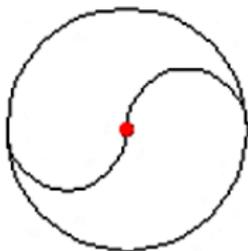
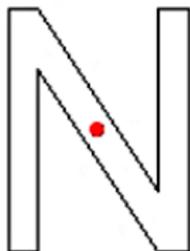
Eine Symmetrieoperation macht etwas mit einem Ding, und danach sieht man nicht, das etwas gemacht wurde

Im Zweidimensionalen sind vor allem die folgenden Symmetrien von Bedeutung

- ▶ Drehsymmetrie
- ▶ Spiegelsymmetrie
- ▶ Translationssymmetrie

# Drehsymmetrie

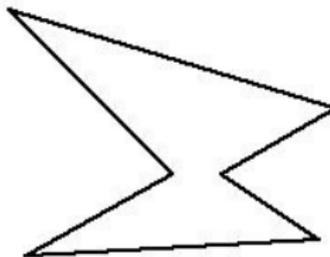
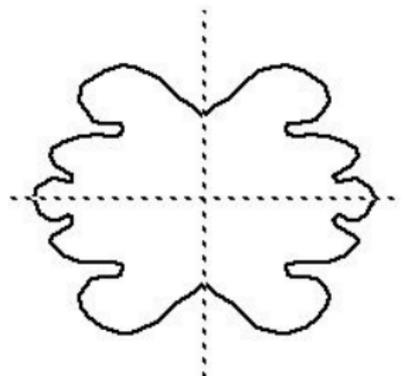
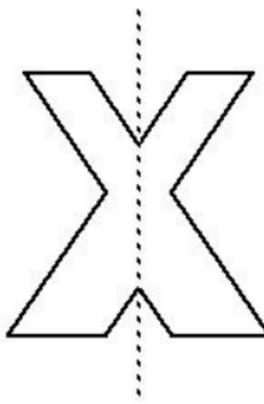
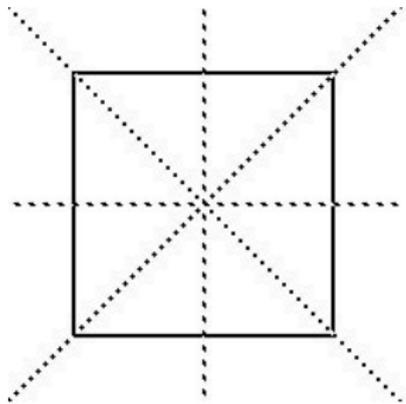
- ▶ auch: Radialsymmetrie oder Radiärsymmetrie
- ▶ Die Drehung eines Objektes um einen gewissen Winkel, um einen bestimmten Punkt (2D) bzw. eine Gerade (3D) bringt das Objekt wieder mit sich selbst zur Deckung
- ▶ Spezialfall: **Punktsymmetrie**
  - ▶ Punktspiegelung
  - ▶ Drehung eines Objektes um  $180^\circ$  um ein Zentrum





# Spiegelsymmetrie

- ▶ auch: Bilaterale Symmetrie oder Achsensymmetrie
- ▶ häufigste Form der Symmetrie
- ▶ 2D: Symmetrieachse
- ▶ 3D: Symmetrieebene
- ▶ Zwei Punkte sind identisch, wenn sie auf einer Senkrechten zur Achse/Ebene liegen und den gleichen Abstand zur Achse/Ebene haben





## Translationssymmetrie

- ▶ Einfaches Muster: GGGGGGGGGGGGGG
- ▶ Symmetrieoperation: „Alle Gs einen Platz nach links rücken!“
- ▶ Muster bleibt wie oben
- ▶ Teilweise feste Verschiebung notwendig, teilweise beliebig



[M.C. Escher]



## Andere Formen der Symmetrie

**Sprache:** Palindrome wie Otto und Anna

**Musik:** Johann Sebastian Bach

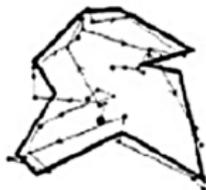


*Contrapunktus:* Die Noten scheinen an der Horizontalen gespiegelt



## Wahrnehmung von Symmetrie

- ▶ Symmetrie ist wichtig für das menschliche Sehen



[Locher & Nodine (1989)]

- ▶ Symmetrie erzeugt Aufmerksamkeit und unterstützt visuelle Exploration
- ▶ **Besonders bedeutend:**  
**Horizontale** und **vertikale Spiegelsymmetrien**  
[Palmer & Hemenway (1978)]



## Symmetrie-Detektoren

In der Bildverarbeitung gibt es viele Detektoren, die Symmetrien in Bildern ermitteln:

- ▶ Generalized Symmetry Transform
- ▶ Discrete Symmetry Transform
- ▶ Fast Radial Symmetry Transform
- ▶ 1-dimensionaler Symmetrie-Detektor
- ▶ Quantitativer bilateraler Symmetrie-Detektor

## Generalized Symmetry Transform

- ▶ Reifeld, Wolfson und Yeshurun (1995)
- ▶ Lokale Operation auf Kantenbild
- ▶ Sei  $p_k = (x_k, y_k)$  ein Bildpunkt und  $\nabla p_k = \left( \frac{\partial}{\partial x} p_k, \frac{\partial}{\partial y} p_k \right)$  der Gradient der Intensität des Punktes
- ▶ Sei  $v_k = (r_k, \theta_k)$  für jeden Punkt mit
  - ▶  $r_k = \log(1 + \|\nabla p_k\|)$  und
  - ▶  $\theta_k = \arctan\left(\frac{\partial}{\partial x} p_k, \frac{\partial}{\partial y} p_k\right)$
- ▶ Sei des Weiteren  $l$  eine Linie durch zwei beliebige Punkte  $p_i$  und  $p_j$  und  $\alpha_{ij}$  der Winkel zwischen  $l$  und der Horizontalen gegen den Uhrzeigersinn



## Generalized Symmetry Transform (cont.)

- ▶ Es wird eine Nachbarschaftsbeziehung definiert:

$$\Gamma(p) = \left\{ (i, j) \mid \frac{p_i + p_j}{2} = p \right\}$$

- ▶ Außerdem eine Gewichtung der Distanz eines Punktepaars zu  $p$ :

$$D_\sigma(i, j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{\|p_i - p_j\|}{2\sigma}}$$

- ▶ Sowie eine Gewichtung der Phasen:

$$P(i, j) = (1 - \cos(\theta_i + \theta_j - 2a_{ij}))(1 - \cos(\theta_i - \theta_j))$$



## Generalized Symmetry Transform (cont.)

- ▶ Es wird definiert, dass jedes Punktepaar

$$C(i, j) = D_{\sigma}(i, j) P(ij) r_i r_j$$

zum Symmetriewert eines Punktes  $p$  liefert

- ▶ Der Symmetriewert ist dann:

$$M_{\sigma}(p) = \sum_{(i, j) \in \Gamma(p)} C(i, j)$$

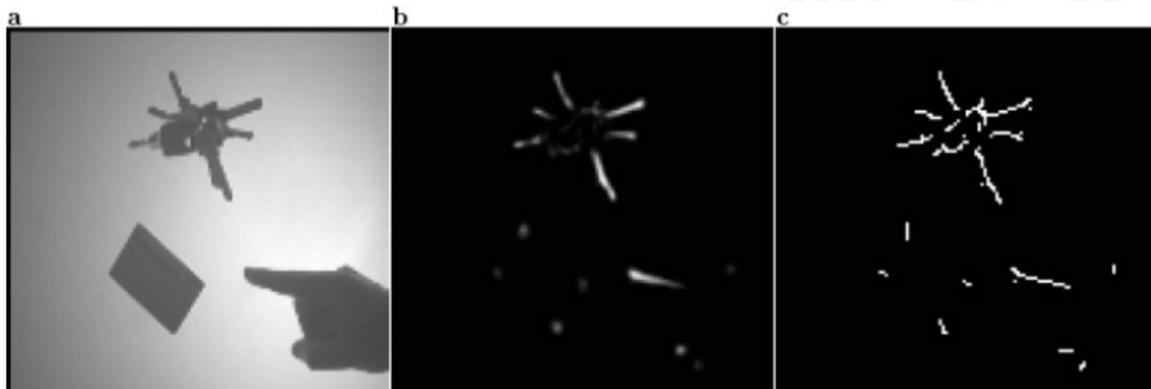
- ▶ Die Symmetrierichtung wird definiert als  $\phi(p) = \varphi(i, j)$ , so dass  $C(i, j)$  maximal für alle  $(i, j) \in \Gamma(p)$  ist



## Generalized Symmetry Transform (cont.)

Abschließend wird die Symmetrie eines Punktes  $p$  definiert als:

$$S_{\sigma}(p) = (M_{\sigma}(p), \phi(p))$$





# Discrete Symmetry Transform

- ▶ Di Gesù und Valenti (1995)
- ▶ Zweiteiliger Algorithmus zur Berechnung der Kreissymmetrie (alle Punkte auf einen Kreis identisch):

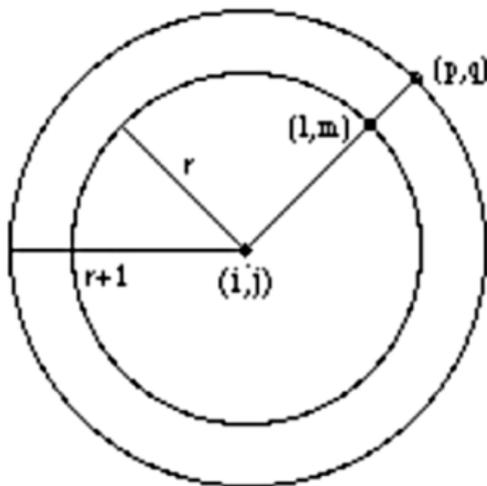
## 1. Auswahl nicht-uniformer Zonen:

Berechnung eines Filters, so dass

$$E(i, j) = \sum_{(l, m) \in C_r, (p, q) \in C_{r+1}} |g(l, m) - g(p, q)|$$

mit  $g(i, j)$  als Grauwert eines Bildpunktes,  $C_r$  und  $C_{r+1}$  als digitale Kreise und so miteinander verbundenen Punkten, dass  $(l - p)^2 + (m - q)^2 = 1$  gilt

# Discrete Symmetry Transform (cont.)



## Discrete Symmetry Transform (cont.)

### 2. Berechnung der Symmetriewerte:

Überall wo  $E(i, j) > 0$ :

$$DST(i, j) = E(i, j) \times T(i, j)$$

mit:

$$T(i, j) = 1 - \sqrt{\frac{\sum_k (T_k(i, j))^2}{n} - \left(\frac{\sum_k (T_k(i, j))}{n}\right)^2}$$

wobei

$$T_k(i, j) = \sum_{(l, m) \in C_r} \left| (i - l) \sin\left(\frac{k\pi}{n}\right) - (j - m) \cos\left(\frac{k\pi}{n}\right) \right| \times g(l, m)$$



# Anwendung der Discrete Symmetry Transform

Extraktion von kreisförmigen Merkmalen aus Bildern:

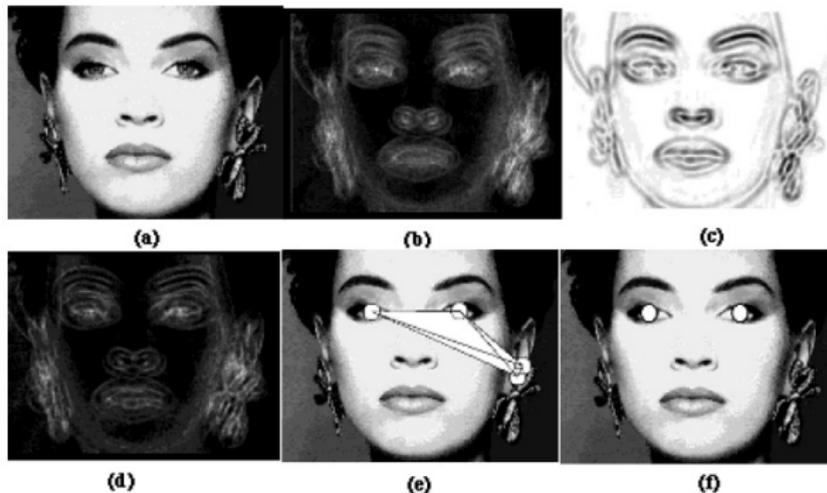
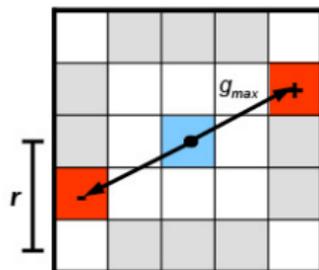


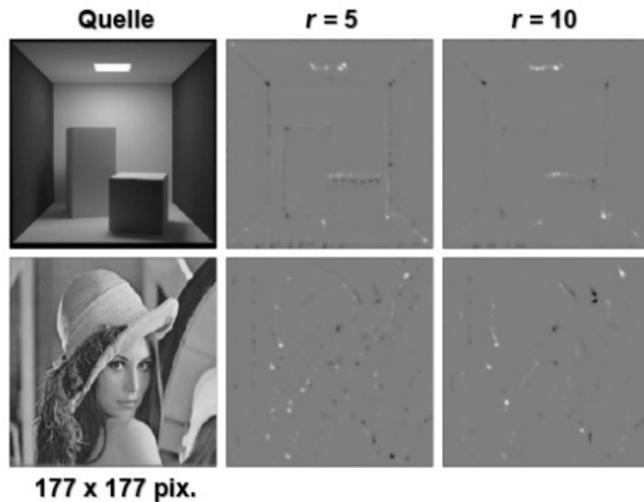
Fig. 8. a) Input image  $F$ ; b) the image  $E(F)$ ; c) the image  $T(F)$ ; d) the image  $DST(F)$ ; e) candidate interest points; f) final result.

# Fast Radial Symmetry Transform

- Loy und Zelinsky (2003)

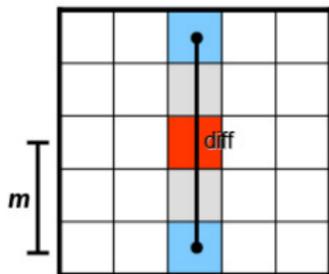


- Richtung des maximalen Gradienten



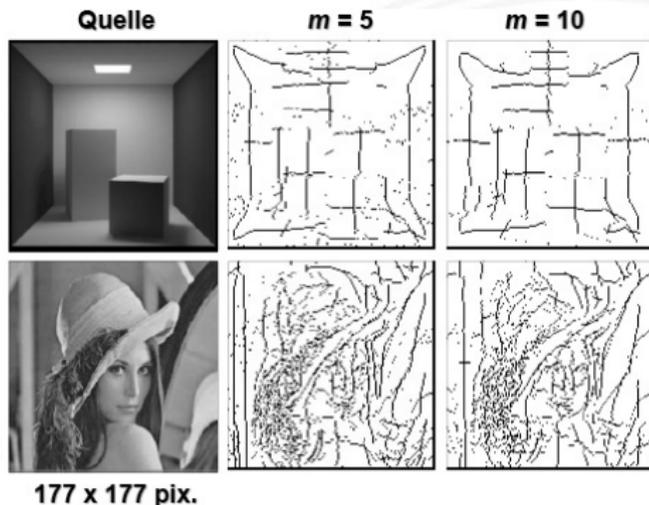
# 1-dimensionaler Symmetrie-Detektor

- ▶ Hübner und Zhang (2003)



- ▶ Normalisierter MSE

$$S^v(p_{x,y}, m) = 1 - \frac{1}{C \cdot m} \sum_{i=1}^m \sigma(i, m) \cdot g^v(p_{x-i,y}, p_{x+i,y})^2$$





## Diskussion der bis hierher vorgestellten Ansätze

Symmetrie ist ein regionales Merkmal

- ▶ Jedes Resultat stark abhängig von der Wahl der Operatorgröße
- ▶ Symmetriewerte nur relativ ausgedrückt
- ▶ Mit der Größe der betrachteten Region wächst die Aussagekraft, aber auch der Rechenaufwand
- ▶ Große Operatoren reichen oft über den Bildrand hinaus
- ▶ Große Operatoren anfälliger für Beleuchtungsschwankungen, Verdeckungen und perspektivische Verzerrung
- ▶ Hierarchien unterschiedlicher Operatorgrößen zu nutzen, ist zu aufwändig
- ▶ Ohne Vorwissen keine optimale Operatorgröße möglich

## Diskussion der bis hierher vorgestellten Ansätze (cont.)

- ▶ Bisherige Ansätze alle **qualitativ**
- ▶ Wünschenswert wären **quantitative** Aussagen

### Qualitative Symmetrie

„Symmetrie ist [**hoch**] in einer Umgebung von 10 Pixeln“

- benötigt a-priori Operatorgröße
- gibt einen relativen, für gewöhnlich normalisierten Grad der Symmetrie in der betrachteten Umgebung wieder

Beispiele: Reisfeld operator, DiGesù operator, Loy operator, 1D operator, ...

### Quantitative Symmetrie

„Symmetrie ist hoch in einer Umgebung von [**10 Pixeln**]“

- benötigt ein Abbruchkriterium
- gibt eine absolute Größe zurück, die die symmetrische Umgebung beschreibt

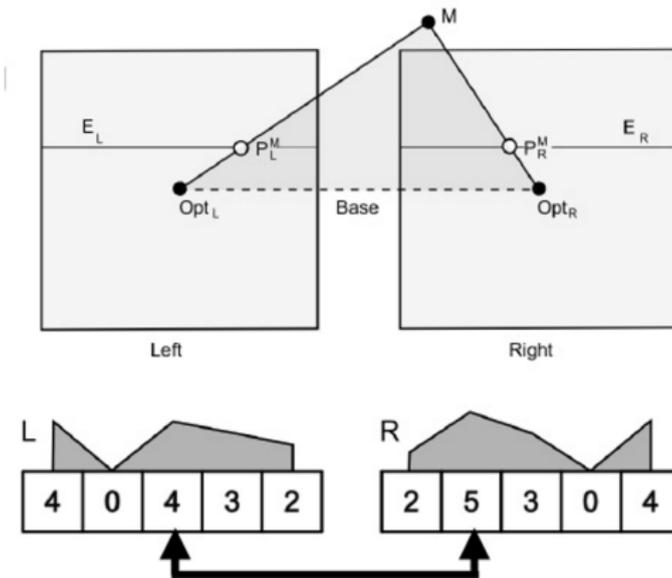
Probleme: Ungenauigkeit, Fehlermaß  
 Ansatz: **Dynamische Programmierung**



## Dynamisches Programmieren

- ▶ Effiziente Methode zur Lösung des Stereomatchingproblems
- ▶ Distanzabschätzung durch Beobachtung der Verschiebung korrespondierender Bildmerkmale
- ▶ Vereinfachung durch Nutzung der Epipolarlinien
- ▶ Lösung im 2D-Suchraum

# Dynamisches Programmieren (cont.)



# Dynamisches Programmieren (cont.)



Links



Rechts



[Cox et al. (1996)]

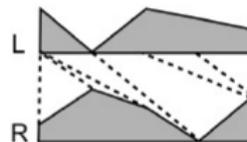
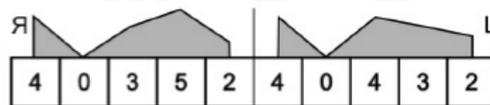
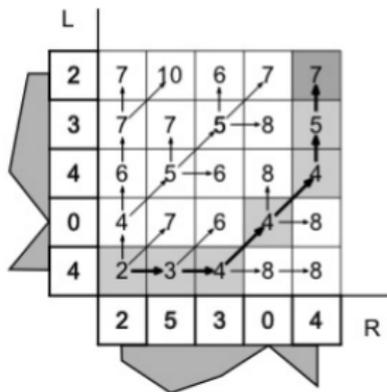


[Bobick and Intille (1999)]



# Quantitative bilaterale Symmetrie durch Dynamische Programmierung

Berechnung des gesamten Suchraums:



# DPS Algorithmus

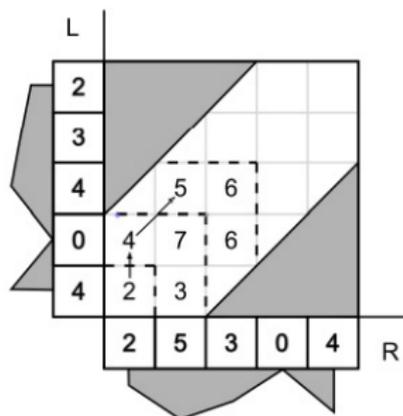
Iterative Berechnung mit Schwellwert:

► Parameter:

- Bandmaske Weite  $w_B = 2$
- Absoluter Schwellwert  $T = 5$
- Gewichte  $W_i = 1$

► Ergebnis:

- Iterationsstop bei  $l = 2$
- Mapping index  $(1 / 2) \rightarrow S = 3$



# DPS Algorithmus (cont.)

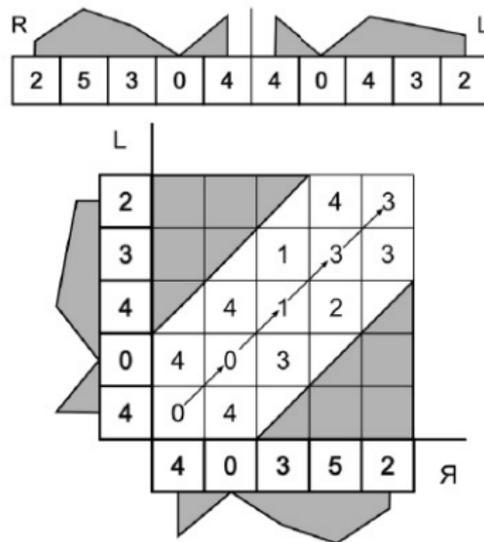
Iterative Berechnung mit Schwellwert:

▶ Parameter:

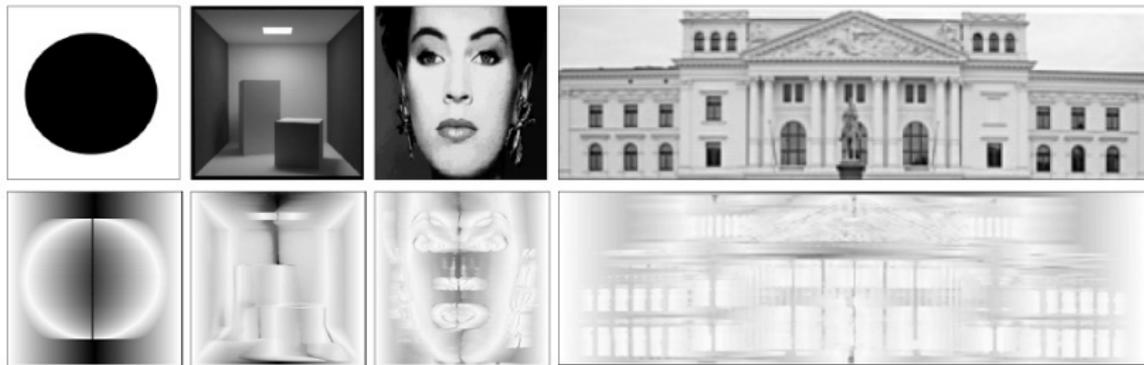
- Bandmaske Weite  $w_B = 2$
- Absoluter Schwellwert  $T = 5$
- Gewichte  $W_i = 1$

▶ Ergebnis:

- Iterations stop bei  $l = 4$  (max)
- Mapping index  $(4 / 4) \rightarrow S = 8$

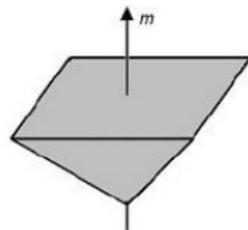
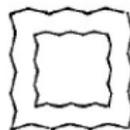
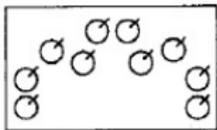
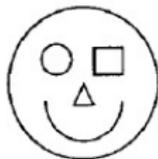
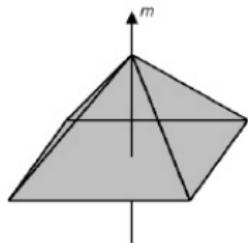


# DPS Algorithmus - Beispiele



# Symmetrie-Hierarchien

In **qualitativen** Ansätzen werden Hierarchien auf Basis unterschiedlicher Operatorgrößen betrachtet (**multiskalar**)

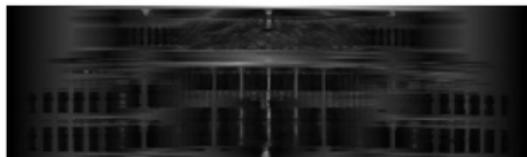


[Zabrodsky et al. (1992)]

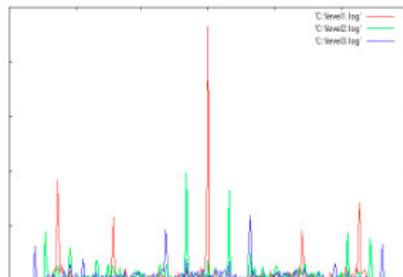
Multiskalare Hierarchie:  $\{S(I, m_1), \dots, S(I, m_n)\} \Rightarrow H_{ms}(I)$

## Symmetrie-Hierarchien (cont.)

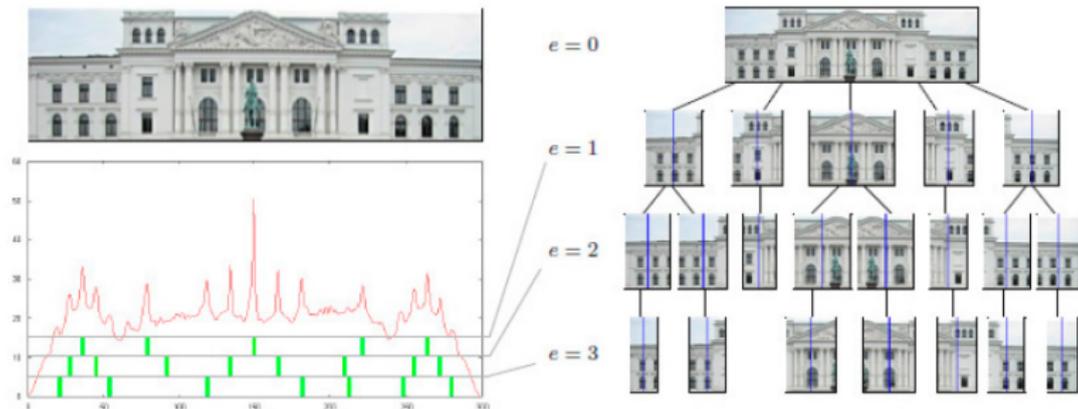
Bei quantitativen Operatoren können Hierarchien als Ordnung der Symmetrien selbst gesehen werden



- $S = S_L + S_R$
- Rekursive top-down Hierarchisierung  $S(I) \Rightarrow H_{so}(I)$



# Symmetrie-Hierarchien (cont.)





# Symmetrie-Signaturen

## Vierstufiger Signatur-Algorithmus

1. Erzeugen eines Panoramas
2. DPS Algorithmus
3. Non-Maxima-Suppression
4. Aufsummieren der Spalten zu Signatur-Vektor



# Symmetrie-Signaturen (cont.)



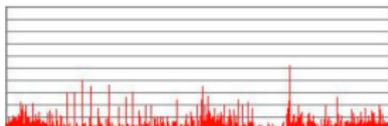
(a) Panoramic image.



(b) Vertical symmetry image.



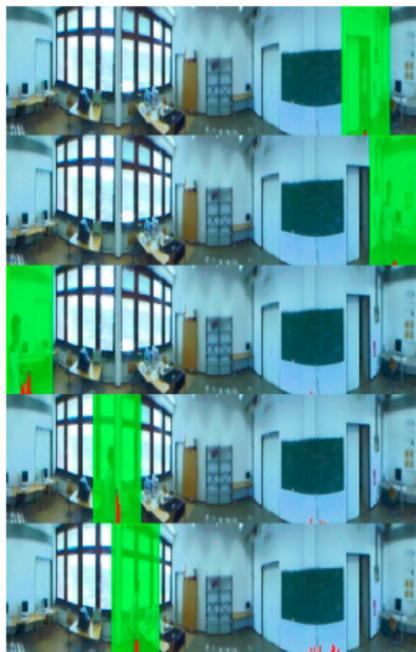
(c) Vertical symmetry image after non-maxima suppression.



(d) Visualization of the symmetry image signature.



# Tracking über Symmetrie-Signatur-Fehlern





[CHH94] Roberto Cipolla, Paul A. Hadfield, Nicholas J. Hollinghurst:

Uncalibrated stereo vision with pointing for a man-machine interface.

In: *In Proc. IAPR Workshop on Machine Vision Applications (MVA94)*

(1994), Dezember, S. 163–166. –  
 Kawasaki. –

URL [mi.eng.cam.ac.uk/~cipolla/publicats.html](http://mi.eng.cam.ac.uk/~cipolla/publicats.html)

[DESY00] *Was ist Symmetrie?*, 2000. –

URL

[www.desy.de/expo2000/deutsch/dhtmlbrowser/webthemen/08\\_symmetrie/symmetrie\\_druck.htm](http://www.desy.de/expo2000/deutsch/dhtmlbrowser/webthemen/08_symmetrie/symmetrie_druck.htm)



- [GD01] C. Geyer, K. Daniilidis:  
Catadioptric projective geometry.  
In: *International Journal of Computer Vision*  
43 (2001), S. 223–243. –  
URL [citeseer.ist.psu.edu/article/  
geyer02catadioptric.html](http://citeseer.ist.psu.edu/article/geyer02catadioptric.html)
- [GV95] V. Di Gesù, C. Valenti:  
*The Discrete Symmetry Transform in Computer Vision.*  
DMA Università di Palermo, 1995, Forschungsbericht



- [Hue01] **Kai Huebner:**  
*Methods for Range Estimation and Situation Recognition using an Omnidirectional Vision System for Mobile Robots - Symmetry as a Natural Feature*,  
 November 2001. –  
 URL [www.informatik.uni-bremen.de/~khuebner/diploma/pdf/index\\_d.html](http://www.informatik.uni-bremen.de/~khuebner/diploma/pdf/index_d.html)
- [HWZ05] **K. Huebner, D. Westhoff, J. Zhang:**  
 Optimized Quantitative Bilateral Symmetry Detection.  
 In: *International Journal of Information Acquisition (IJIA)*  
 2 (2005), September, Nr. 3, S. 241–249



- [LN89] P. Locher, C. Nodine:  
 The perceptual value of symmetry.  
 In: *Comput. Math. Applic.*  
 17 (1989), S. 475–484
- [LZ03] G. Loy, A. Zelinsky:  
 Fast Radial Symmetry for Detecting Points of Interest.  
 In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* Bd. 25.  
 2003, S. 959–973



[McK93] Kap. 3 In: Phillip John McKerrow:

*Introduction to Robotics.*

korrigierte.

Addison-Wesley, 1993

(Electronic Systems Engineering Series), S. 131–174

[Nay97] Shree K. Nayar:

Catadioptric Omnidirectional Camera.

In: *1997 IEEE Computer Society Conference on  
Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'97).*

1997, S. 482



- [RWY95] **D. Reifeld, H. Wolfson, Y. Yeshurun:**  
Context Free Attentional Operators: the Generalized  
Symmetry Transform.  
In: *International Journal of Computer Vision*  
14 (1995), S. 119–130
- [Tsa86] **Roger Y. Tsai:**  
An Efficient and Accurate Camera Calibration  
Technique for 3D Machine Vision.  
In: *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision  
and Pattern Recognition.*  
Miami Beach, Florida, USA, 1986, S. 364–374



- [Tsa87] Roger Y. Tsai:  
A versatile camera calibration technique for 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses.  
In: *IEEE Journal of Robotics and Automation*  
RA-3 (1987), August, Nr. 4, S. 323–344
- [WCH92] Juyang Weng, Paul Cohen, Marc Herniou:  
Camera Calibration with Distortion Models and Accuracy Evaluation.  
In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*  
14 (1992), Nr. 10, S. 965–980. –  
ISSN 0162–8828.  
URL [dx.doi.org/10.1109/34.159901](https://dx.doi.org/10.1109/34.159901)



- [YYY93] K. Yamazawa, Y. Yagi, M. Yachida:  
Omnidirectional imaging with hyperboloidal projection.  
In: *Proceedings of the 1993 IEEE/RSJ International  
Conference on Intelligent Robots and Systems '93,  
IROS '93*. Bd. 2.  
Yokohama, Japan, 26-30 Juli 1993, S. 1029–1034
- [YYY95] K. Yamazawa, Y. Yagi, M. Yachida:  
Obstacle detection with omnidirectional image sensor  
HyperOmniVision.  
In: *Proceedings of the 1995 IEEE International  
Conference on Robotics and Automation* Bd. 1.  
Nagoya, Japan, 21-27 May 1995, S. 1062–1067



- [ZR96] Kap. 2.II.A, 2.III, 2.IV, 3.I und 3.II In: Hanqi Zhuang,  
Zvi S. Roth:  
*Camera-aided robot calibration.*  
CRC Press Inc, 1996, S. 11–14, 20–27 und 63–68

