64-424
Intelligente Roboter

http://tams.informatik.uni-hamburg.de/
lectures/2011ws/vorlesung/ir

Jianwei Zhang

Universität Hamburg
Fakultät für Mathematik, Informatik und Naturwissenschaften
Fachbereich Informatik
Technische Aspekte Multimodaler Systeme

Wintersemester 2011/2012

Gliederung

Gliederung (cont.)

9. Steuerungsarchitekturen

Rekursive Zustandsschätzung

- **Idee:** Schätzung eines Systemzustands der nicht direkt gemessen werden kann, aber aus den Messungen ableitbar ist

- Probabilistische Algorithmen zur Zustandsschätzungen berechnen eine belief distribution über die möglichen Zustände
- Der belief beschreibt das Wissen eines Systems über den Zustand seiner Umgebung

Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung

- Sensormessungen, Stellgrößen, der Zustand eines Systems sowie der Zustand dessen Umgebung können als Zufallsvariable modelliert werden
- Sei X eine Zufallsvariable und x ein Wert den diese annehmen kann
- Ist der Wertebereich von X diskret schreibt man:

$$p(X = x)$$

um die Wahrscheinlichkeit anzugeben, dass X den Wert x hat

Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung (cont.)

- Die Summe diskreter Wahrscheinlichkeiten ist 1:

$$\sum_x p(X = x) = 1$$

- Wahrscheinlichkeiten sind immer nicht-negativ, d.h.

$$p(X = x) \geq 0$$

- Der Einfachheit halber schreiben wir $p(x)$ anstelle von $p(X = x)$

Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung (cont.)

- Kann die Zufallsvariable einen kontinuierlichen Wert annehmen, dann wird sie durch eine Dichtefunktion beschrieben (engl. *probability density function, PDF*)
- Eine typische Dichtefunktion ist die Normalverteilung mit Mittelwert μ und Varianz σ^2:

$$p(x) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}\right\}$$

- Im mehrdimensionalen Fall mit Mittelwertsvektor μ und Kovarianzmatrix Σ:

$$p(x) = \det(2\pi\Sigma)^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(x-\mu)^T\Sigma^{-1}(x-\mu)\right\}$$

Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung (cont.)

- Die Kovarianzmatrix Σ ist *positiv semidefinit* und *symmetrisch*
- Für eine PDF gilt:

$$\int p(x)dx = 1$$

- Der Funktionswert einer PDF ist nicht wie bei diskreten Wahrscheinlichkeiten nach oben durch 1 begrenzt
- Die Wahrscheinlichkeit, das X den Wert x *und* Y den Wert y hat, schreibt man

$$p(x, y) = p(X = x \text{ und } Y = y)$$

Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung (cont.)

- Sind die beiden Zufallsvariablen X und Y von einander unabhängig gilt:
$$p(x, y) = p(x)p(y)$$
- Wenn man weiß, das Y den Wert y hat, dann wird die Wahrscheinlichkeit für X wie folgt beschrieben
$$p(x|y) = p(X = x|Y = y)$$
- Gilt für diese bedingte Wahrscheinlichkeit das $p(y) > 0$ ist, gilt:
$$p(x|y) = \frac{p(x, y)}{p(y)}$$

Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung (cont.)

- Sind X und Y voneinander unabhängig, gilt:

$$p(x|y) = \frac{p(x)p(y)}{p(y)} = p(x)$$

- Das bedeutet, wenn X und Y unabhangig voneinander sind, sagt uns Y nichts über X
- Gesetz der totalen Wahrscheinlichkeit:

$$\begin{aligned} p(x) &= \sum_y p(x|y)p(y) \quad \text{(diskret)} \\ p(x) &= \int p(x|y)p(y)dy \quad \text{(kontinuierlich)} \end{aligned}$$

Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung (cont.)

- Satz von Bayes: (mit $p(y) > 0$)

$$p(x|y) = \frac{p(y|x)p(x)}{p(y)} = \frac{p(y|x)p(x)}{\sum_{x'} p(y|x')p(x')} \quad (diskret)$$

$$p(x|y) = \frac{p(y|x)p(x)}{p(y)} = \frac{p(y|x)p(x)}{\int p(y|x')p(x')dx} \quad (kontinuierlich)$$

- Der Satz von Bayes beschreibt das Umkehren von Schlussfolgerungen
  - die Berechnung von $p(Ereignis|Ursache)$ ist oft einfach
  - aber gesucht ist $p(Ursache|Ereignis)$

Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung (cont.)

- Der Satz von Bayes spielt eine hervorgehobene Rolle
- Sei x die Größe die wir aus y ableiten wollen, dann bezeichnet man $p(x)$ als A-Priori-Wahrscheinlichkeit und y als Daten (z.B. Sensormessungen)
- Die Verteilung $p(x)$ beschreibt das Wissen über X bevor die Messung y berücksichtigt wird
- Die Verteilung $p(x|y)$ wird als A-Posteriori-Wahrscheinlichkeit von X bezeichnet
- Der Satz von Bayes erlaubt nun $p(x|y)$ zu berechnen, wenn die Wahrscheinlichkeit für eine Messung y bei einem Zustand x bekannt ist

Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung (cont.)

- Im Satz von Bayes hängt $p(y)$ nicht von x ab
- Daher ist der Faktor $p(y)^{-1}$ für jeden Wert x in $p(x|y)$ gleich
- Dieser Faktor wird meist als Normalisierungsfaktor im Satz von Bayes notiert:

$$p(x|y) = \eta p(y|x)p(x)$$

- Diese abkürzende Schreibweise stellt die Normalisierung des Ergebnisses auf den Wert 1 dar
- η bezeichnet im Folgenden immer solche Normalisierungsfaktoren, deren eigentliche Werte sich aber unterscheiden können

Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung (cont.)

- Alle bisherigen Regeln können durch eine weitere Zufallsvariable Z bedingt sein
- Dies bedeutet für den Satz von Bayes mit $Z = z$:

$$p(x|y,z) = \frac{p(y|x,z)p(x|z)}{p(y|z)}$$

  solange $p(y|z) > 0$
- Ähnliches gilt für die Regel zur Kombination unabhängiger Zufallsvariablen:

$$p(x,y|z) = p(x|z)p(y|z)$$

Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung (cont.)

- Obige Formel beschreibt eine bedingte Unabhängigkeit und ist äquivalent zu

$$\begin{aligned} p(x|z) &= p(x|z,y) \\ p(y|z) &= p(y|z,x) \end{aligned}$$

- Sie besagt, das y keine Information über x trägt, wenn z bekannt ist

Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung (cont.)

- Sie impliziert **nicht**, das X unabhängig von Y ist:

$$p(x, y|z) = p(x|z)p(y|z) \quad \not\Rightarrow \quad p(x, y) = p(x)p(y)$$

  und die Umkehrung gilt generell auch nicht:

$$p(x, y) = p(x)p(y) \quad \not\Rightarrow \quad p(x, y|z) = p(x|z)p(y|z)$$

Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung (cont.)

- Der Erwartungswert einer Zufallsvariablen ist gegeben als:

$$\begin{aligned} E[X] &= \textstyle\sum_x x\,p(x) \quad &(diskret) \\ E[X] &= \textstyle\int x\,p(x)\,dx \quad &(kontinuierlich) \end{aligned}$$

- Der Erwartungswert ist eine lineare Funktion einer Zufallsvariablen, d.h. es gilt:

$$E[aX + b] = aE[X] + b$$

Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung (cont.)

- Die Kovarianz von X berechnet sich wie folgt:

$$Cov[X] = E[X - E[X]]^2 = E[X^2] - E[X]^2$$

- Die Kovarianz misst das erwartete Quadrat der Abweichung vom Mittelwert

Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung (cont.)

- Die Entropie einer Warscheinlichkeitsverteilung ist gegeben durch:

$$H_p(x) = E[-\log_2 p(x)]$$

bzw.

$$\begin{aligned} H_p(x) \quad &= -\textstyle\sum_x p(x)\, \log_2\, p(x) \quad &(\mathit{diskret}) \\ H_p(x) \quad &= -\textstyle\int p(x)\, \log_2\, p(x)\, dx \quad &(\mathit{kontinuierlich}) \end{aligned}$$

- Die Entropie ist die erwartete Information, die die Werte von x tragen
- Im diskreten Fall ist $-log_2\, p(x)$ die Anzahl der Bits, die notwendig sind, um x optimal zu kodieren, wenn $p(x)$ die Wahrscheinlichkeit für die Beobachtung von x ist

Stochastische Fortpflanzunggesetze

- Der Zustand eines Systems lässt sich durch eine Wahrscheinlichkeitsverteilung

$$p(x_t | x_{0:t-1}, z_{1:t-1}, u_{1:t})$$

beschreiben, die abhängig ist von

  - den bisherigen Zuständen $x_{0:t-1}$
  - allen bisherigen Messungen $z_{1:t-1}$ und
  - allen bisherigen Stellgrößen (Steuerkommandos) $u_{1:t}$

Stochastische Fortpflanzunggesetze (cont.)

- Ist der Zustand x **komplett**, dann fasst die Stellgröße u_t und der Zustand x_{t-1} alle bisherigen Ereignisse zusammen:

$$p(x_t | x_{0:t-1}, z_{1:t-1}, u_{1:t}) = p(x_t | x_{t-1}, u_t)$$

- Auch für die Messungen gilt ähnliches:

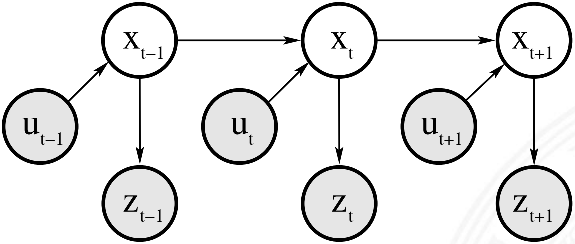
$$p(z_t | x_{0:t}, z_{1:t-1}, u_{1:t}) = p(z_t | x_t)$$

- In anderen Worten: Der Zustand x_t ist ausreichend um die Messung z_t vorherzusagen

Stochastische Fortpflanzunggesetze (cont.)

- Die bedingte Wahrscheinlichkeit $p(x_t|x_{t-1}, u_t)$ wird als Zustandsübergangswahrscheinlichkeit bezeichnet
- Sie beschreibt wie sich der Zustand der Umgebung abhängig von den Stellgrößen ändert
- Die Wahrscheinlichkeit $p(z_t|x_t)$ wird Wahrscheinlichkeit der Messung genannt
- Beide Wahrscheinlichkeiten zusammen beschreiben ein dynamisches stochastisches System
- Eine solche Systembeschreibung ist auch bekannt als
  hidden Markov model (HMM) oder
  dynamic Bayes network (DBN)

Stochastische Fortpflanzunggesetze (cont.)



Belief

- Als belief bezeichnet man das Wissen eines Systems über seinen Zustand
- Der *wahre Zustand* eines Systems ist nicht dasselbe
- Der *belief* ist die A-Posteriori-Wahrscheinlichkeit der Zustandsvariablen anhand der bisherigen Daten:

$$bel(x_t) = p(x|z_{1:t}, u_{1:t})$$

- Diese Definition setzt den *belief* als Wahrscheinlichkeit nach der Messung

Belief (cont.)

- Der *belief* vor der Messung wird als

$$\overline{bel}(x_t) = p(x_t | z_{1:t-1}, u_{1:t})$$

  definiert und meist als Vorhersage (engl. *prediction*) bezeichnet
- Der Schritt $bel(x_t)$ aus der Vorhersage $\overline{bel}(x_t)$ zu berechnen, wird als Korrektur (engl. *correction* oder *measurement update*) bezeichnet

Bayes-Filter

- Der allgemeinste Algorithmus um *beliefs* zu berechnen ist der Bayes-Filter-Algorithmus
- Der Algorithmus ist rekursiv und berechnet $bel(x_t)$ zum Zeitpunkt t aus folgenden Größen
  - $bel(x_{t-1})$ zum Zeitpunkt $t-1$
  - der Stellgröße u_t
  - der Messung z_t

Bayes-Filter-Algorithmus

Bayes-Filter $(bel(x_{t-1}),\ u_t,\ z_t)$:

1. **for all** x_t **do**
2. $\quad\overline{bel}(x_t) = \int p(x_t | u_t, x_{t-1})\, bel(x_{t-1})\, dx_{t-1}$
3. $\quad bel(x_t) = \eta\, p(z_t | x_t) \overline{bel}(x_t)$
4. **endfor**
5. **return** $bel(x_t)$

Bayes-Filter-Algorithmus (cont.)

- In Zeile 2 wird die Stellgröße u_t verarbeitet
- $\overline{bel}(x_t)$ ist das Integral des Produktes zweier Wahrscheinlichkeitsverteilungen:
  - die Wahrscheinlichkeit für Zustand x_{t-1} und
  - die Wahrscheinlichkeit das mit u_t in den Zustand x_t gewechselt wird
- Das ist die Vorhersage
- In Zeile 3 findet die Korrektur statt
- $\overline{bel}(x_t)$ wird mit der Wahrscheinlichkeit multipliziert, dass die Messung z_t in diesem Zustand wahrgenommen wird

Bayes-Filter-Algorithmus (cont.)

- Der Algorithmus muss mit einem *belief* zum Zeitpunkt $t = 0$ initialisiert werden
- In den meisten Fällen ist der Startzustand x_t bekannt und die Wahrscheinlichkeit kann für alle anderen Zustände gleich 0 gesetzt werden
- Oder der Zustand ist vollkommen unbekannt und alle Zustände werden mit der gleichen Wahrscheinlichkeit initialisiert

Bayes-Filter-Algorithmus (cont.)

- Der Algorithmus kann in dieser Form nur für sehr einfache Probleme implementiert werden
- Entweder muss die Integration in Zeile 2 und die Multiplikation in Zeile 3 in geschlossener Form möglich sein
- oder ein endlicher Zustandsraum muss gegeben sein, so dass das Integral in Zeile 2 zu einer Summe wird

Mathematische Herleitung des Bayes-Filter

- **Beweis durch Induktion:** Zeige dass $p(x_t|z_{1:t}, u_{1:t})$ aus $p(x_{t-1}|z_{1:t-1}, u_{1:t-1})$ hergeleitet werden kann
- **Beweis-Basis:** Korrekte Initialisierung von $bel(x_o)$ zum Zeitpunkt $t = 0$
- **Bedingungen:** Zustand x_t ist komplett und die Stellgrößen werden zufällig gewählt
- Nach dem Satz von Bayes gilt:

$$
\begin{aligned}
p(x_t|z_{1:t}, u_{1:t}) &= \frac{p(z_t|x_t, z_{1:t-1}, u_{1:t})p(x_t|z_{1:t-1}, u_{1:t})}{p(z_t|z_{1:t-1}, u_{1:t})} \\
&= \eta p(z_t|x_t, z_{1:t-1}, u_{1:t})p(x|z_{1:t-1}, u_{1:t})
\end{aligned}
$$

Mathematische Herleitung des Bayes-Filter (cont.)

- Da der Zustand komplett ist, gilt (bedingte Unabhängigkeit)

$$p(z_t|x_t, z_{1:t-1}, u_{1:t}) = p(z_t|x_t)$$

- Daraus folgt:

$$p(x_t|z_{1:t}, u_{1:t}) = \eta p(z_t|x_t) p(x_t|z_{1:t-1}, u_{1:t})$$

- und damit

$$bel(x_t) = \eta p(z_t|x_t) \overline{bel}(x_t)$$

was Zeile 3 des Bayes-Filter-Algorithmus entspricht

Mathematische Herleitung des Bayes-Filter (cont.)

- Nach dem Gesetz der totalen Wahrscheinlichkeit gilt:

$$\begin{aligned}\overline{bel}(x_t) &= p(x_t | z_{1:t-1}, u_{1:t}) \\ &= \int p(x_t | x_{t-1}, z_{1:t-1}, u_{1:t})\, p(x_{t-1} | z_{1:t-1}, u_{1:t})\, dx_{t-1}\end{aligned}$$

- Wieder gilt, wenn wir x_{t-1} kennen, liefern $z_{1:t-1}$ und $u_{1:t-1}$ keine zusätzliche Information
- Daher gilt die Vereinfachung

$$p(x_t | x_{t-1}, z_{1:t-1}, u_{1:t}) = p(x_t | x_{t-1}, u_t)$$

- u_t bleibt, da diese Stellgröße erst zum Zustandsübergang führt

Mathematische Herleitung des Bayes-Filter (cont.)

- Bei zufällig gewählten Stellgrößen kann u_t daher auch in den Bedingungen für $p(x_{t-1}|z_{1:t-1}, u_{1:t})$ weggelassen werden
- Es ergibt sich mit

$$\overline{bel}(x_t) = \int p(x_t|x_{t-1}, u_t)\, p(x_{t-1}|z_{1:t-1}, u_{1:t-1})\, dx_{t-1}$$

die 2. Zeile des Bayes-Filter-Algoritmus

Mathematische Herleitung des Bayes-Filter (cont.)

- Für konkrete Implementierungen des Bayes-Filter-Algoritmus werden drei Wahrscheinlichkeitsverteilungen benötigt:
  - der initiale *belief* $p(x_0)$
  - die Wahrscheinlichkeit der Messungen $p(z_t|x_t)$
  - die Zustandsübergangswahrscheinlichkeiten $p(x_t|u_t, x_{t-1})$

Markov-Annahme

- Die Annahme, dass ein Zustand komplett ist, wird Markov-Annahme (engl. *Markov assumption*) genannt
- Die Annahme fordert, das vergangene und zukünftige Daten unabhängig sind, wenn man den aktuellen Zustand x_t kennt

Markov-Annahme (cont.)

- Das folgende Beispiel soll verdeutlichen, wie hart diese Annahme ist:
  - Zur Lokalisierung mobiler Roboter werden Bayes-Filter eingesetzt
  - Dabei ist x_t die *Pose* des Roboters mit Bezug auf eine feste Karte
  - Es gibt Effekte die die Sensormessungen systematisch verfälschen und damit die Markov-Annahme zunichte machen:
    - Einfluss sich bewegender Personen auf die Sensormessungen
    - Ungenauigkeiten in den probabilistischen Modellen $p(z_t|x_t)$ und $p(x_t|u_t, x_{t-1})$
    - Rundungsfehler, wenn Näherungen für die Repräsentation des *beliefs* verwendet werden
    - Variablen innerhalb der Software, die mehrere Stellgrößen beeinflussen

Markov-Annahme (cont.)

- Einige dieser Variablen könnten im Zustand berücksichtigt werden, werden aber oft fallen gelassen, um den rechnerischen Aufwand zu verringern
- In der Praxis sind Bayes-Filter erstaunlich robust gegen die Verletzung der Markov-Annahme

Darstellung und Berechnung

- Bayes-Filter können auf unterschiedliche Weise implementiert werden
- Die Techniken basieren auf unterschiedlichen Annahmen über die Wahrscheinlichkeiten für die Messungen, die Zustandsübergänge und den *belief*
- Die Algorithmen besitzen dadurch unterschiedliche rechnerische Eigenschaften
- In den meisten Fällen müssen die *beliefs* angenähert werden
- Dies hat Auswirkungen auf die Komplexität der Algorithmen
- Keine der verschiedenen Techniken ist generell zu bevorzugen

Effizienz

- Einige Näherungen bedingen polynomiale Laufzeiten in Abhängigkeit von der Dimension des Zustands (z.B. Kalman-Filter)
- Einige haben exponentielle Laufzeiten
- Partikel-basierte Verfahren haben eine Laufzeit, die von der gewünschten Genauigkeit abhängt

Genauigkeit

- Einige Näherungen eignen sich besser um eine Reihe von Wahrscheinlichkeitsverteilungen anzunähern
- Beispielsweise eignen sich Normalverteilungen für uni-modale Wahrscheinlichkeitsverteilungen
- Histogramme können multimodale Verteilungen besser annähern, aber auf Kosten der Genauigkeit
- Partikel-Techniken können eine Vielzahl von Verteilungen annähern, wodurch allerdings die Anzahl der Partikel sehr groß werden kann

Einfachheit der Implementierung

- Abhängig von der Form der Verteilungen kann die Implementierung der Verfahren aufwändig sein
- Weil Partikel-Techniken meist sehr einfach für nicht-lineare Systeme implementiert werden können, sind sie zurzeit sehr populär

Zusammenfassung

- Die Interaktion zwischen einem Roboter und dessen Umgebung wird modelliert als gekoppeltes dynamisches System. Der Roboter setzt dazu Stellgrößen um die Umgebung zu manipulieren und nimmt die Umgebung über Sensormessungen war.
- Die Dynamiken werden charakterisiert durch zwei wahrscheinlichkeitstheoretische Gesetze
  - die Wahrscheinlichkeitsverteilungen für den Zustandsübergang
  - die –"– die Messungen

  Erstere beschreibt wie der Zustand sich mit der Zeit ändert, die Zweite, wie Messungen wahrgenommen werden.

Zusammenfassung (cont.)

- Der *belief* ist die A-Posteriori-Wahrscheinlichkeit des Zustands gegeben alle bisherigen Messungen und Stellgrößen. Der *Bayes-Filter* ist ein Algorithmus um den *belief* zu berechnen. Er ist rekursiv, d.h. der *belief* zum Zeitpunkt t wird aus dem *belief* zum Zeitpunkt t-1 berechnet.
- Der Bayes-Filter macht eine *Markov-Annahme*, d.h. der Zustand ist eine komplette Zusammenfassung der Vergangenheit.
  Diese Annahme trifft in der Praxis meist nicht zu.

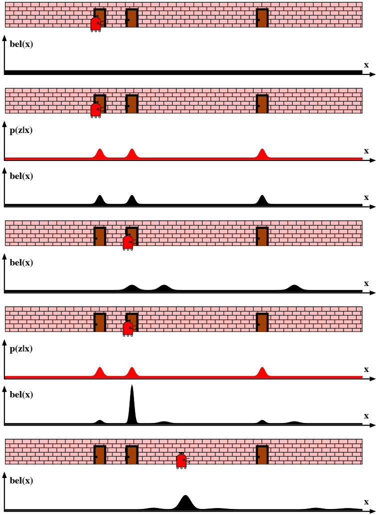
Zusammenfassung (cont.)

- Der Bayes-Filter kann üblicherweise nicht direkt angewandt werden. Implementierungen können evaluiert werden anhand verschiedener Kriterien wie Genauigkeit, Effizienz und Einfachheit.

Markov-Lokalisierung

- Wahrscheinlichkeitstheoretische Lokalisierungsverfahren sind Varianten des Bayes-Filters
- Die direkte Anwendung des Bayes-Filters wird Markov-Lokalisierung genannt
- Markov-Lokalisierungen benötigen zusätzlich eine Karte der Umgebung
- Die Karte spielt eine Rolle im Messmodell (teilweise auch im Bewegungsmodell)
- Markov-Lokalisierung wird verwendet für
  - globale Lokalisierung
  - Positions-Tracking
  - das Kidnapped-Robot-Problem

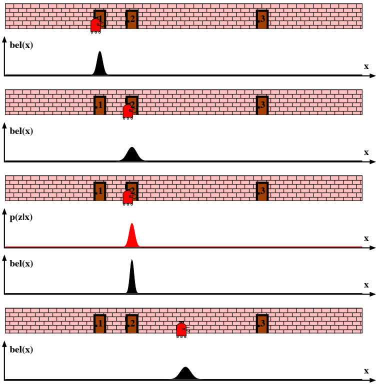
Markov-Lokalisierung (cont.)



Extended Kalman Filter Lokalisierung

- Ein besonderer Fall der Markov-Lokalisierung ist der extended Kalman filter localisation Algorithmus (oder EKF-Lokalisierung)
- Die EKF-Lokalisierung repräsentiert den *belief* $bel(x_t)$ durch den Mittelwert μ_t und die Kovarianzmatrix Σ_t
- Die Karte ist dabei eine Sammlung von Merkmalen
- Der Roboter misst die Entfernung und Richtung einiger Merkmale in seiner Nähe

Extended Kalman Filter Lokalisierung (cont.)



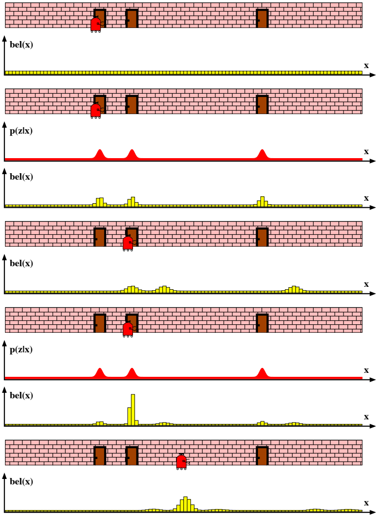
Grid-Lokalisierung

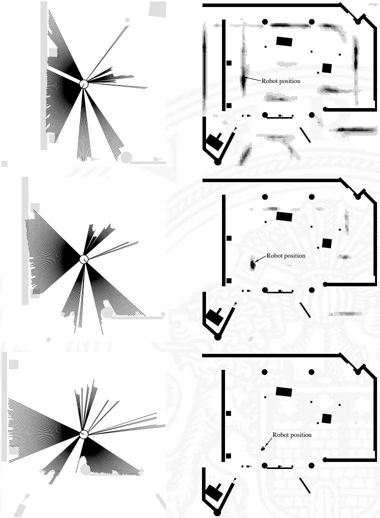
- Grid-Lokalisierung approximiert den *belief* durch einen Histogram-Filter über die Grid-Dekomposition des Zustandsraumes
- Dieser diskrete Bayes-Filter verwaltet eine Menge diskreter Wahrscheinlichkeitswerte:

$$bel x_t = \{p_{k,t}\}$$

  wobei jedes $p_{k,t}$ zu einer Grid-Zelle x_k gehört
- Typische Wertefür die Zellengröße in der Praxis sind $15cm$ Kantenlänge und 5° Winkelauflösung

Grid-Lokalisierung (cont.)

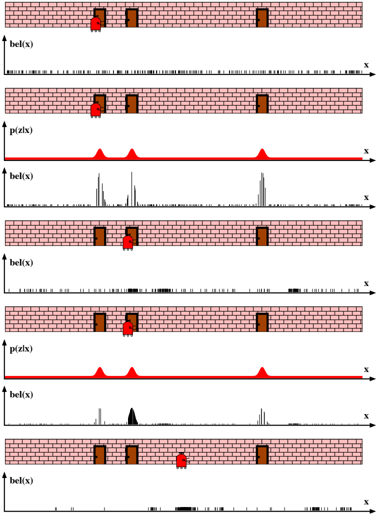


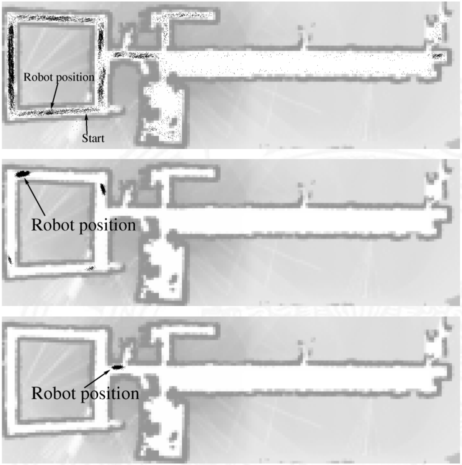


Monte-Carlo-Lokalisierung

- Monte-Carlo-Lokalisierung (MCL) approximiert den *belief* durch eine Menge von Partikeln
- Sehr populär
- Mit MCL können nahezu beliebige Verteilungsfunktionen angenähert werden
- Es können multimodale und unimodale Verteilungen approximiert und übergangslos zwischen ihnen gewechselt werden
- Eine höhere Anzahl von Partikeln erhöht die Genauigkeit

Monte-Carlo-Lokalisierung (cont.)





[TBF05] Sebastian Thrun, Wolfram Burgard, Dieter Fox, Ronald C. Arkin (Hrsg.): *Probabilistic Robotics*. MIT Press; Cambridge, Massachusetts, 2005 (Intelligent Robotics and Autonomous Agents). – Kapitel 2