

Einführung in die Robotik

Jianwei Zhang

zhang@informatik.uni-hamburg.de



Universität Hamburg
Fakultät für Mathematik, Informatik und Naturwissenschaften
Department Informatik
Technische Aspekte Multimodaler Systeme

26. April 2011

Gliederung

Allgemeine Informationen

Einführung

Koordinaten eines Manipulators

Kinematik-Gleichungen

Inverse Kinematik von Manipulatoren

Analytische Lösbarkeit eines Manipulators

Beispiel 1: ein planarer dreigelenkiger Manipulator

Algebraische Lösung des PUMA 560

Die Lösung für RPY-Winkel

Geometrische Lösung des PUMA 560

Eine Programmierumgebung für Roboter unter UNIX: RCCL

Differentielle Bewegungen mit homogenen Transformationen

Jacobi-Matrix eines Manipulators

Gliederung (cont.)

Aufgabenbeschreibung
 Roboterprogrammierung auf drei Ebenen
 Trajektoriegenerierung
 Trajektoriengenerierung
 Einführung in RCCL
 Dynamik
 Roboterregelung
 Programmierung auf Aufgabenebene und Bahnplanung
 Programmierung auf Aufgabenebene und Bahnplanung
 Programmierung auf Aufgabenebene und Bahnplanung
 Architekturen sensorbasierter intelligenter Systeme
 Aus- und Rückblick

Inverse Kinematik von Manipulatoren

Die Problematik:

Roboter manipulatoren werden meistens im *Gelenkwinkelraum* gesteuert.

Zu handhabende Objekte werden aber meistens im Weltkoordinatensystem dargestellt.

Um einen bestimmten Tool-Frame T bezüglich des Welt-Frames zu erreichen, werden die Gelenkwinkel $\theta(t) = (\theta_1(t), \theta_2(t), \dots, \theta_n(t))^T$ in folgenden zwei Schritten berechnet:

1. Berechne $T_6 = Z^{-1}BGE^{-1}$;
2. Berechne $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ aus T_6 .

⇒: inverse Kinematik, sogar wichtiger als direkte Kinematik

Lösbarkeit am Beispiel PUMA 560

$$T_6 = T' T'' = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x & p_x \\ n_y & s_y & a_y & p_y \\ n_z & s_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

wobei

Lösbarkeit am Beispiel PUMA 560

$$n_x = C_1[C_{23}(C_4 C_5 C_6 - S_4 S_6) - S_{23} S_5 C_6] - S_1(S_4 C_5 C_6 + C_4 S_6) \quad (2)$$

$$n_y = S_1[C_{23}(C_4 C_5 C_6 - S_4 S_6 - S_{23} S_5 S_6) + C_1(S_4 C_5 C_6 + C_4 S_6)] \quad (3)$$

$$n_z = -S_{23}[C_4 C_5 C_6 - S_4 S_6] - C_{23} S_5 C_6 \quad (4)$$

$$s_x = \dots \quad (5)$$

$$s_y = \dots \quad (6)$$

$$s_z = \dots \quad (7)$$

$$a_x = \dots \quad (8)$$

$$a_y = \dots \quad (9)$$

$$a_z = \dots \quad (10)$$

Lösbarkeit am Beispiel PUMA 560

$$p_x = C_1[d_6(C_{23}C_4S_5 + S_{23}C_5) + S_{23}d_4 + a_3C_{23} + a_2C_2] - S_1(d_6S_4S_5 + d_2) \quad (11)$$

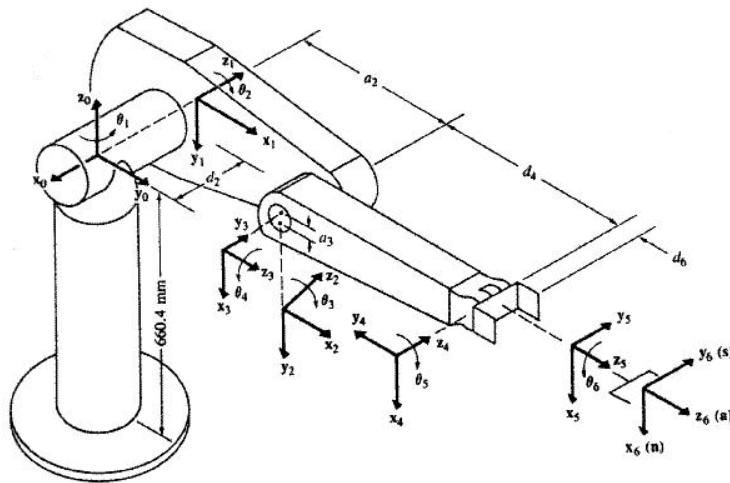
$$p_y = S_1[d_6(C_{23}C_4S_5 + S_{23}C_5) + S_{23}d_4 + a_3C_{23} + a_2C_2] + C_1(d_6S_4S_5 + d_2) \quad (12)$$

$$p_z = d_6(C_{23}C_5 - S_{23}C_4S_5) + C_{23}d_4 - a_3S_{23} - a_2S_2 \quad (13)$$

Anmerkung

- ▶ Nicht lineare Gleichungen
- ▶ Existenz der Lösungen:
Arbeitsraum ("workspace"): das Volumen des Raums wo der End-Effektor des Manipulators erreichen kann.
 - ▶ "dextrous workspace"
 - ▶ "reachable workspace"
- ▶ Mehrere Gelenkstellungen, die zur gleichen Effektorstellung führen Z.B. für PUMA 560:
 - ▶ Mehrdeutigkeiten der Lösung $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ zu gegebenen \mathbf{p} .
 - ▶ Für jede Lösung $\theta_4, \theta_5, \theta_6$, eine alternative Lösung ist:

Anmerkung



$$\begin{aligned}\theta'_4 &= \theta_4 + 180^\circ \\ \theta'_5 &= -\theta_5 \\ \theta'_6 &= \theta_6 + 180^\circ\end{aligned}$$

- ▶ Lösungsstrategien: geschlossene Lösungen vs. numerische Lösungen

Lösungsmethoden

Geschlossene Form:

- ▶ algebraische Lösung
 - + : korrekte Lösungen aus Gleichungen
 - : geometrisch nicht anschaulich
- ▶ geometrische Lösung
 - + : Fallunterscheidung der Roboter-Konfigurationen
 - : Robotertypen-spezifisch

Numerische Form:

- ▶ iterative Verfahren
 - + : Verfahren übertragbar
 - : rechenintensiv, nicht garantierte Konvergenz bei Sonderfällen

Lösungsmethoden

”Die inverse Kinematik aller Systeme mit 6 translatorischen und rotatorischen Freiheitsgraden in einer einfachen seriellen Kette ist numerisch lösbar.”



Analytische Lösbarkeit eines Manipulators

Unter bestimmten Voraussetzungen an die Armgeometrie (ausreichende Bedingungen) existieren die geschlossenen Lösungen:

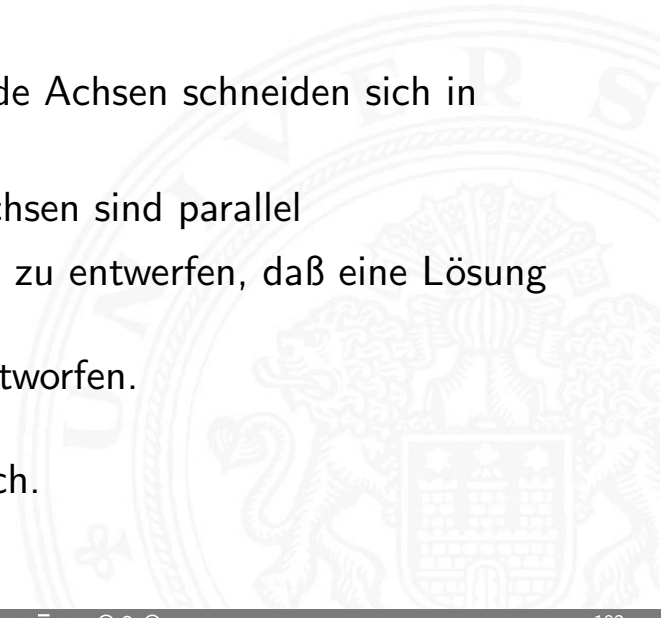
- ▶ Entweder: 3 aufeinanderfolgende Achsen schneiden sich in einem Punkt
- ▶ Oder: 3 aufeinanderfolgende Achsen sind parallel

Es ist wichtig, einen Manipulator so zu entwerfen, daß eine Lösung in der geschlossenen Form existiert.

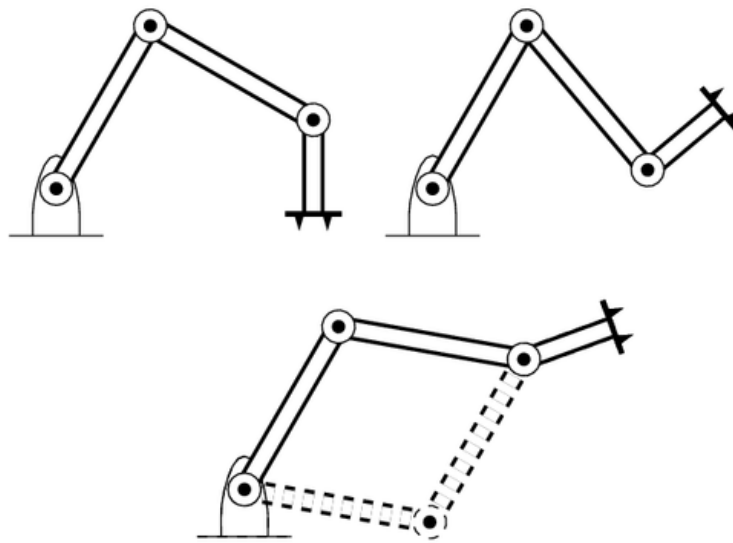
So sind fast alle Industrieroboter entworfen.

Beispiel PUMA:

Die Achsen 4, 5 und 6 schneiden sich.



Beispiel 1: ein planarer dreigelenkiger Manipulator



Beispiel 1: ein planarer dreigelenkiger Manipulator

Gelenk	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	0	l_1	0	θ_2
3	0	l_2	0	θ_3

$${}^0T_3 = \begin{bmatrix} C_{123} & -S_{123} & 0 & l_1 C_1 + l_2 C_{12} \\ S_{123} & C_{123} & 0 & l_1 S_1 + l_2 S_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Die algebraische Lösung des Beispiel 1 - I

Spezifikation des End-Effektors: (x, y, ϕ) . Für einen solchen Vektor gilt es dann:

$${}^0T_3 = \begin{bmatrix} C_\phi & -S_\phi & 0 & x \\ S_\phi & C_\phi & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Wir bekommen vier Gleichungen:

$$C_\phi = C_{123} \quad (14)$$

$$S_\phi = S_{123} \quad (15)$$

$$x = l_1 C_1 + l_2 C_{12} \quad (16)$$

$$y = l_1 S_1 + l_2 S_{12} \quad (17)$$

Die algebraische Lösung des Beispiel 1 - II

(Ableitung)

Eine spezielle Funktion $atan2$ wird definiert:

$$\theta = atan2(y, x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x = 0, y = 0 \\ \pi/2 & \text{für } x = 0, y > 0 \\ 3 * \pi/2 & \text{für } x = 0, y < 0 \\ atan(y, x) & \text{für } +x \text{ and } +y \\ 2\pi - atan(y, x) & \text{für } +x \text{ und } -y \\ \pi - atan(y, x) & \text{für } -x \text{ und } +y \\ \pi + atan(y, x) & \text{für } -x \text{ und } -y \end{cases}$$

Die Lösungen:

$$\theta_2 = atan2(S_2, C_2)$$

Die algebraische Lösung des Beispiel 1 - II

wobei $S_2 = \pm \sqrt{1 - C_2^2}$, und $C_2 = \frac{x^2 + y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 l_2}$.

$$\theta_1 = \text{atan2}(y, x) - \text{atan2}(k_2, k_1)$$

wobei $k_1 = l_1 + l_2 C_2$ und $k_2 = l_2 S_2$.

θ_3 kann aus der folgenden Gleichung berechnet werden:

$$\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = \text{atan2}(S_\phi, C_\phi) = \phi$$

Die geometrische Lösung des Beispiel 1 - I

Berechne θ_2 über "Gesetz des Cosinus":

$$x^2 + y^2 = l_1^2 + l_2^2 - 2l_1 l_2 \cos(180 + \theta_2)$$

Die Lösung:

$$\theta_2 = \pm \cos^{-1} \frac{x^2 + y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 l_2}$$

$$\theta_1 = \beta \pm \psi$$

wobei gilt:

$$\beta = \text{atan2}(y, x), \quad \cos \psi = \frac{x^2 + y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 \sqrt{x^2 + y^2}}$$

Für $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ gilt:

$$\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = \phi$$

Algebraische Lösung mit Hilfe v. Konvertierung in Polynomen

Um transzendente Gleichungen in polynomische Gleichungen zu konvertieren, können die folgenden Substitutionen verwendet werden:

$$u = \tan \frac{\theta}{2}$$

$$\cos \theta = \frac{1 - u^2}{1 + u^2}$$

$$\sin \theta = \frac{2u}{1 + u^2}$$

Algebraische Lösung mit Hilfe v. Konvertierung in Polynomen

Beispiel:

Wir haben eine transzendente Gleichung:

$$a \cos \theta + b \sin \theta = c$$

Nach der Konvertierung:

$$a(1 - u^2) + 2bu = c(1 + u^2)$$

Die Lösung von u :

$$u = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - a^2 - c^2}}{a + c}$$

Dann:

$$\theta = 2 \tan^{-1} \left(\frac{b \pm \sqrt{b^2 - a^2 - c^2}}{a + c} \right)$$

Algebraische Lösung des PUMA 560 - I

Berechnung von $\theta_1, \theta_2, \theta_3$:

Die ersten drei Gelenkwinkel $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ bestimmen die Position des Manipulator-Endpunktes $(p_x, p_y, p_z)^T$ (im Fall $d_6 = 0$).

$$p_x = C_1[S_{23}d_4 + a_3C_{23} + a_2C_2] - S_1d_2 \quad (18)$$

$$p_y = S_1[S_{23}d_4 + a_3C_{23} + a_2C_2] + C_1d_2 \quad (19)$$

$$p_z = C_{23}d_4 - a_3S_{23} - a_2S_2 \quad (20)$$

Daraus ergibt sich:

$$\theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{\mp p_y \sqrt{p_x^2 + p_y^2 - d_2^2} - p_x d_2}{\mp p_x \sqrt{p_x^2 + p_y^2 - d_2^2} + p_y d_2}\right)$$

Algebraische Lösung des PUMA 560 - II

$$\theta_3 = \tan^{-1}\left(\frac{\mp A_3 \sqrt{A_3^2 + B_3^2 - D_3^2} + B_3 D_3}{\mp B_3 \sqrt{A_3^2 + B_3^2 - D_3^2} + A_3 D_3}\right)$$

wobei

$$A_3 = 2a_2a_3$$

$$B_3 = 2a_2d_4$$

$$D_3 = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - a_2^2 - a_3^2 - d_2^2 - d_4^2$$

Algebraische Lösung des PUMA 560 - II

und

$$\theta_2 = \tan^{-1} \left(\frac{\mp B_2 \sqrt{p_x^2 + p_y^2 - d_2^2} + A_2 p_z}{\mp A_2 \sqrt{p_x^2 + p_y^2 - d_2^2} + B_2 p_z} \right)$$

wobei

$$A_2 = d_4 C_3 - a_3 S_3$$

$$B_2 = -a_3 C_3 - d_4 S_3 - a_2$$

Die Lösung für RPY-Winkel

(RPY: *Roll, Pitch, Yaw*)

$$T = R_{z,\phi} R_{y,\theta} R_{x,\psi}$$

Wir lösen die folgende Gleichung:

$$R_{z,\phi}^{-1} T = R_{y,\theta} R_{x,\psi}$$

$$\begin{bmatrix} f_{11}(\mathbf{n}) & f_{11}(\mathbf{o}) & f_{11}(\mathbf{a}) & 0 \\ f_{12}(\mathbf{n}) & f_{12}(\mathbf{o}) & f_{12}(\mathbf{a}) & 0 \\ f_{13}(\mathbf{n}) & f_{13}(\mathbf{o}) & f_{13}(\mathbf{a}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta & S\theta S\psi & S\theta C\psi & 0 \\ 0 & C\psi & -S\psi & 0 \\ -S\theta & C\theta S\psi & C\theta C\psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

wobei

Die Lösung für RPY-Winkel

$$f_{11} = C\phi x + S\phi y$$

$$f_{12} = -S\psi x + C\phi y$$

$$f_{13} = z$$

Die Gleichung mit $f_{12}(\mathbf{n})$ führt:

$$-S\phi n_x + C\phi n_y = 0$$

⇒:

$$\phi = \text{atan2}(n_y, n_x)$$

und

$$\phi = \phi + 180^\circ$$

Die Gleichungen mit dem Element 1,3 und 1,1 sind jeweils:

$$-S\theta = n_z$$

Die Lösung für RPY-Winkel

und

$$C\theta = C\phi n_x + S\phi n_y$$

⇒:

$$\theta = \text{atan2}(-n_z, C\phi n_x + S\phi a_y)$$

Die Gleichungen mit dem Element 2,3 und 2,2 sind jeweils:

$$-S\psi = -S\phi a_x + C\phi a_y$$

$$C\psi = -S\phi o_x + C\phi o_y$$

⇒:

$$\psi = \text{atan2}(S\phi a_x - C\phi a_y, -S\phi o_x + C\phi o_y)$$

Geometrische Lösung des PUMA 560 - I

Definition von verschiedenen Arm-Konfigurationen:

Für Schulter:

RIGHT-arm, LEFT-arm

Für Ellbogen:

ABOVE-arm, BELOW-arm

Für Handgelenk:

WRIST-DOWN, WRIST-UP

Darauf basierend werden die folgenden Anzeige-Variablen definiert:

$$ARM = \begin{cases} +1 & \text{RIGHT-arm} \\ -1 & \text{LEFT-arm} \end{cases}$$

Geometrische Lösung des PUMA 560 - I

$$ELBOW = \begin{cases} +1 & \text{ABOVE-arm} \\ -1 & \text{BELOW-arm} \end{cases}$$

$$WRIST = \begin{cases} +1 & \text{WRIST-DOWN} \\ -1 & \text{WRIST-UP} \end{cases}$$

Die gesamte Lösung der inversen Kinematik wird über Analyse solcher Arm-Konfiguration erzielt.

Probleme bei der Entwicklung von Steuerungssoftware

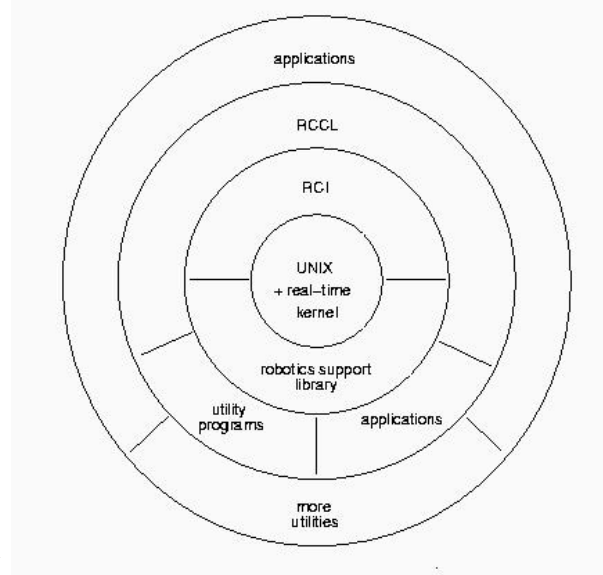
- ▶ Bisher war die Entwicklung von Steuerungssoftware an einem bestimmten Robotertyp gekoppelt.
- ▶ Jede Maschine hatte damit ihre eigene spezielle Software, die genau die Fähigkeit dieser Baureihe ausnutzte.
- ▶ ⇒ Erweiterbarkeit und Portierbarkeit war damit eine langwierige und schwierige Aufgabe.

Probleme bei der Entwicklung von Steuerungssoftware

Es steht der Bedarf, eine allgemeine Steuerungssoftware zu entwickeln, die folgende Ziele erfüllen soll:

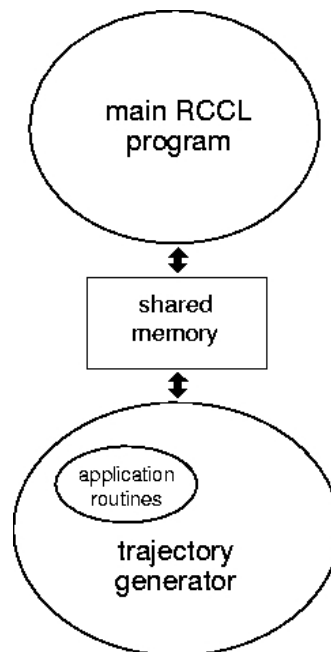
- ▶ Steuerungsmöglichkeiten für Low-Level Eigenschaften der Hardware;
- ▶ größtmögliche Portierbarkeit auf die verschiedenen Plattformen;
- ▶ eine möglichst große Mächtigkeit zur flexiblen und schnellen Erstellung von Anwendungen in derselben Sprache, in der die Steuerungssoftware geschrieben wurde.

Eine Programmierumgebung für Roboter unter UNIX: RCCL

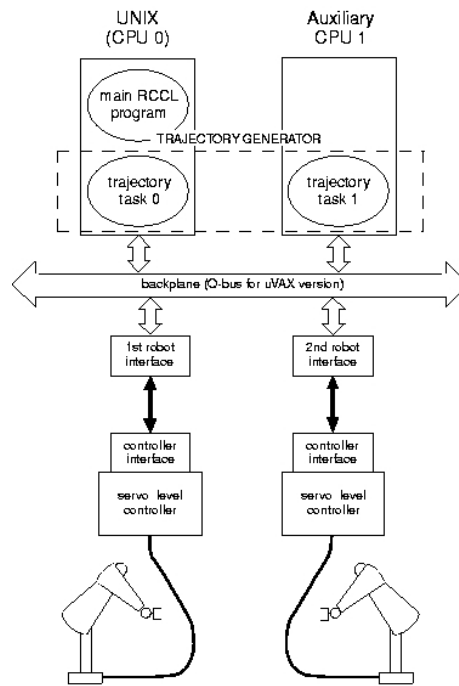


RCCL: *Robot Control C Library*

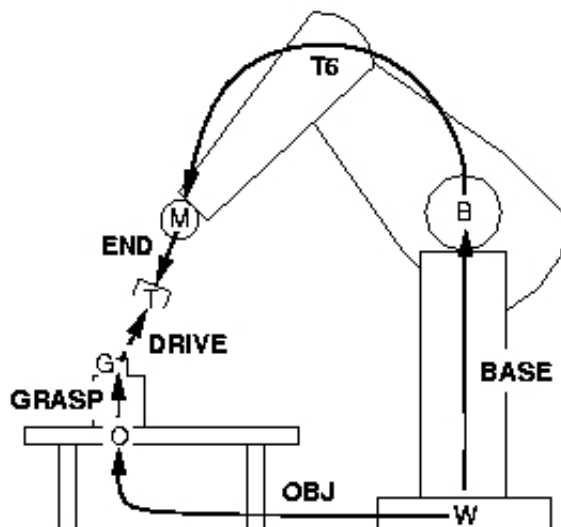
Die Systemarchitektur



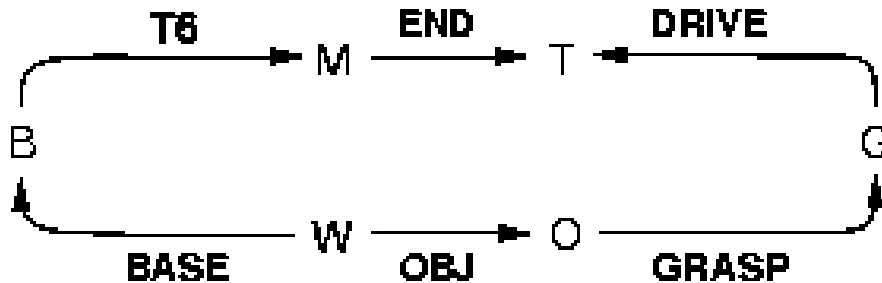
Steuerung von mehreren Robotern



Beschreibung von Bewegungen mit Hilfe der Positionsgleichungen



Beschreibung von Bewegungen mit Hilfe der Positionsgleichungen



Ein Beispiel - Programm

```
#include <rccl.h>
#include "manex.560.h"

main()
{
    TRSF_PTR p, t;
    POS_PTR pos;
    MANIP *mnp;
    JNTS rcclpark;
    char *robotName;

    rcclSetOptions (RCCL_ERROR_EXIT);
    robotName = getDefaultRobot();
    if (!getRobotPosition (rcclpark.v, "rcclpark", robotName))
    { printf (''position 'rcclpark' not defined for robot\n'');
      exit(-1);
    }

    t = allocTransXyz ("T", UNDEF, -300.0, 0.0, 75.0);
    p = allocTransRot ("P", UNDEF, P_X, P_Y, P_Z, xunit, 180.0);
    pos = makePosition ("pos", T6, EQ, p, t, NULL);
}
```

Ein Beispiel - Programm

```

    mnp = rcclCreate (robotName, 0);           /**#10*/
    rcclStart();

    movej (mnp, &rcclpark);                   /**#11*/

    setMod (mnp, 'c');                        /**#12*/
    move (mnp, pos);                          /**#13*/
    stop (mnp, 1000.0);

    movej (mnp, &rcclpark);                   /**#14*/
    stop (mnp, 1000.0);

    waitForCompleted (mnp);                  /**#15*/
    rcclRelease (YES);                        /**#16*/
}

```

Ein Beispiel - Roboterbewegungen

