

Einführung in die Robotik

Jianwei Zhang
zhang@informatik.uni-hamburg.de

T | A | **M | S**
Universität Hamburg
Fakultät für Mathematik, Informatik und Naturwissenschaften
Department Informatik
Technische Aspekte Multimodaler Systeme

08. Juni 2010

Gliederung

- Allgemeine Informationen
- Einführung
- Koordinaten eines Manipulators
- Kinematik-Gleichungen
- Kinematik-Gleichungen
- Inverse Kinematik von Manipulatoren
- Differentielle Bewegungen mit homogenen Transformationen
- Jacobi-Matrix eines Manipulators
- Aufgabenbeschreibung
- Robotergrammierung auf drei Ebenen
- Trajektoriegenerierung
- Trajektoriegenerierung
- Einführung in RCCL

Gliederung (cont.)

Dynamik

- Probleme der Dynamik von Manipulatoren
- Beispiel für einen zweigelenkigen Manipulator
- Lagrange'sche Gleichungen

Roboterregelung

- Programmierung auf Aufgabenebene und Bahnplanung
- Programmierung auf Aufgabenebene und Bahnplanung
- Programmierung auf Aufgabenebene und Bahnplanung
- Architekturen sensorbasierter intelligenter Systeme
- Aus- und Rückblick

Probleme der Dynamik von Manipulatoren

▶ Vorwärtsdynamik:

- ▶ *Vorgabe*: Gelenkkräfte/-momente;
- ▶ *Gesuchte*: Bewegungsparameter;
- ▶ *Anwendung*: Simulation eines Robotermodells.

▶ Inverse Dynamik:

- ▶ *Vorgabe*: gewünschte Roboterbewegung;
- ▶ *Gesuchte*: erforderliche Gelenkkräfte/-momente;
- ▶ *Anwendung*: Modell-basierte Regelung eines Roboters.

$$\tau(t) \rightarrow \text{Direkte Dynamikgleichung} \rightarrow \mathbf{q}(t), (\dot{\mathbf{q}}(t), \ddot{\mathbf{q}}(t))$$

$$\mathbf{q}(t) \rightarrow \text{Inverse Dynamikgleichung} \rightarrow \tau(t)$$

NICHT parallel wie das Problem der Kinematik, ist die invserse Dynamik einfacher zu lösen als die direkte Dynamik.

Probleme der Dynamik von Manipulatoren

Zwei Berechnungsverfahren:

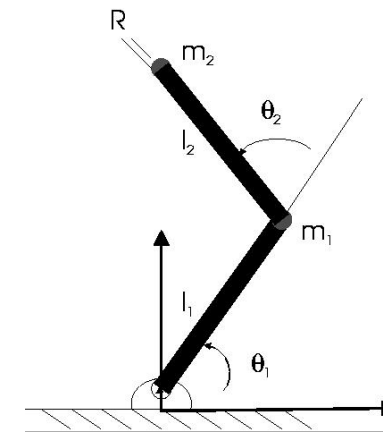
- ▶ Analytische Methoden:
aufgebaut auf Lagrange'schen Gleichungen
- ▶ Synthetische Methoden:
Anwendung der Newton-Euler'schen Gleichungen

Ein Problem mit der Rechenzeit:

Komplexität zur Auswertung des Lagrange-Euler-Modells (siehe die kommenden Seiten): $O(n^4)$ wobei n die Anzahl der Gelenke ist.

$n = 6$: 66,271 Multiplikationen und 51,548 Additionen.

Beispiel für einen zweigelenkigen Manipulator



Newton-Euler'sche Gleichungen für das Beispiel - I

nach dem Newton's zweiten Gesetz sind die Kräfte an dem Schwerpunkt des Glieder 1 und 2 jeweils:

$$\mathbf{F}_1 = m_1 \ddot{\mathbf{r}}_1$$

$$\mathbf{F}_2 = m_2 \ddot{\mathbf{r}}_2$$

wobei

$$\mathbf{r}_1 = 1/2 l_1 (\cos \theta_1 \vec{i} + \sin \theta_1 \vec{j})$$

$$\mathbf{r}_2 = 2\mathbf{r}_1 + 1/2 l_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) \vec{i} + \sin(\theta_1 + \theta_2) \vec{j}]$$

Newton-Euler'sche Gleichungen für das Beispiel - I

Euler'sche Gleichungen:

$$\tau_1 = I_1 \dot{\omega}_1 + \omega_1 \times I_1 \dot{\omega}_1$$

$$\tau_2 = I_2 \dot{\omega}_2 + \omega_2 \times I_2 \dot{\omega}_2$$

wobei

$$I_1 = m_1 l_1^2 / 12 + m_1 R^2 / 4$$

$$I_2 = m_2 l_2^2 / 12 + m_2 R^2 / 4$$

Newton-Euler'sche Gleichungen für das Beispiel - II

Die Winkelgeschwindigkeiten und -Beschleunigungen sind:

$$\begin{aligned}\omega_1 &= \dot{\theta}_1 \\ \omega_2 &= \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 \\ \dot{\omega}_1 &= \ddot{\theta}_1 \\ \dot{\omega}_2 &= \ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2\end{aligned}$$

Da $\omega_j \times I_j \omega_j = 0$, gilt es dann für die Kraftmomente an dem Schwerpunkt des Glieder 1 und 2:

$$\begin{aligned}\tau_1 &= I_1 \ddot{\theta}_1 \\ \tau_2 &= I_2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2)\end{aligned}$$

F_1, F_2, τ_1, τ_2 werden für die Kraft- und Kraftmoment-Balance verwendet. Dadurch werden die Kraftmomente direkt an Gelenk 1 und 2 gelöst.

Lagrange'sche Gleichungen

Die lagrange'sche Funktion L wird definiert als die Differenz zwischen der kinetischen Energie K und der potentiellen Energie P des Systems:

$$L = K - P$$

Satz: Die Bewegungsgleichungen für ein mechanisches System mit allgemeinen Koordinaten $\mathbf{q} \in \Theta^n$ und der lagrange'schen Funktion L sind gegeben über:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = F_i, \quad i = 1, \dots, n$$

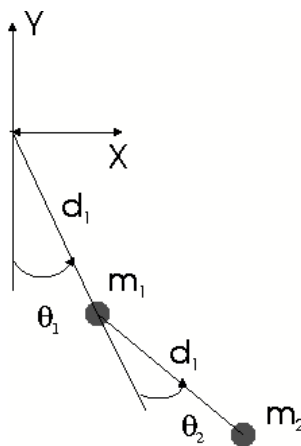
wobei

q_i : die Koordinaten, mit den die kinetische und potentielle Energie dargestellt werden;

\dot{q}_i : die entsprechende Geschwindigkeit;

F_i : die entsprechende Kraft oder das entsprechende Kraftmoment, abhängig davon, ob q_i ein linearer oder Winkel-Geschwindigkeit ist.

Bespiel 2 für einen zweigelenkigen Manipulator



Lagrange'sche Verfahren für das Beispiel - I

Die kinetische Energie des Massen m_1 ist:

$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 d_1^2 \dot{\theta}_1^2$$

Die potentielle Energie ist:

$$P_1 = -m_1 g d_1 \cos(\theta_1)$$

Die kartesischen Positionen sind:

$$\begin{aligned}x_2 &= d_1 \sin(\theta_1) + d_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ y_2 &= -d_1 \cos(\theta_1) - d_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)\end{aligned}$$

Langrange'sche Verfahren für das Beispiel - II

Die kartesischen Komponenten der Geschwindigkeiten sind:

$$\dot{x}_2 = d_1 \cos(\theta_1) \dot{\theta}_1 + d_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)$$

$$\dot{y}_2 = d_1 \sin(\theta_1) \dot{\theta}_1 + d_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)$$

Das Quadrat der Geschwindigkeitsgröße ist:

$$v_2^2 = \dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2$$

Die kinetische Energie des 2. Gelenks ist:

$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

Die potentielle Energie des 2. Gelenks ist:

$$P_2 = -m_2 g d_1 \cos(\theta_1) - m_2 g d_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)$$

Langrange'sche Verfahren für das Beispiel - III

Die Langrange'sche Funktion ist:

$$L = (K_1 + K_2) - (P_1 + P_2)$$

Das Kraftmoment auf Gelenk 1 bzw. 2 ist jeweils:

$$\tau_1 = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} - \frac{\partial L}{\partial \theta_1}$$

$$\tau_2 = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} - \frac{\partial L}{\partial \theta_2}$$

Langrange'sche Verfahren für das Beispiel - III

τ_1 und τ_2 werden schließlich dargestellt als:

$$\tau_1 = D_{11} \ddot{\theta}_1 + D_{12} \ddot{\theta}_2 + D_{111} \dot{\theta}_1^2 + D_{122} \dot{\theta}_2^2 + D_{112} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + D_{121} \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 + D_1$$

$$\tau_2 = D_{21} \ddot{\theta}_1 + D_{22} \ddot{\theta}_2 + D_{211} \dot{\theta}_1^2 + D_{222} \dot{\theta}_2^2 + D_{212} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + D_{221} \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 + D_2$$

Langrange'sche Verfahren für das Beispiel - III

wobei

D_{ij} : die effektive Trägheit (inertia) auf Gelenk i ;

D_{ij} : die Kopplung-Trägheit zwischen Gelenk i und j ;

D_{ijj} : die Koeffizienten der zentripetalen Kraft auf Gelenk i wegen der Geschwindigkeit des Gelenk j ;

$D_{iik}(D_{iki})$: die Koeffizienten der Coriolis-Kraft auf Gelenk i wegen der Geschwindigkeiten des Gelenk i und k ;

D_i : die Schwerkraft auf Gelenk i .

Allgemeine dynamische Gleichungen eines allgemeinen Manipulators - I

$$\tau = M(\Theta)\ddot{\Theta} + V(\Theta, \dot{\Theta}) + G(\Theta)$$

$M(\Theta)$: die lageabhängige $n \times n$ -Massenmatrix eines Manipulators
Für das obige Beispiel:

$$M(\Theta) = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix}$$

$V(\Theta, \dot{\Theta})$: ein $n \times 1$ -Vektor der Zentripetal- und Coriolis-Terme
Für das obige Beispiel:

$$V(\Theta, \dot{\Theta}) = \begin{bmatrix} D_{111}\dot{\theta}_1^2 + D_{122}\dot{\theta}_2^2 + D_{112}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + D_{121}\dot{\theta}_2\dot{\theta}_1 \\ D_{211}\dot{\theta}_1^2 + D_{222}\dot{\theta}_2^2 + D_{212}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + D_{221}\dot{\theta}_2\dot{\theta}_1 \end{bmatrix}$$

Allgemeine dynamische Gleichungen eines allgemeinen Manipulators - I

Ein Term wie $D_{111}\dot{\theta}_1^2$ wird von einer zentrifugalen Kraft verursacht;
Ein Term wie $D_{112}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2$ wird von einer Coriolis-Kraft verursacht
und beinhaltet immer das Produkt der beiden Geschwindigkeiten.
 $G(\Theta)$: der Schwerkraft-Term, hängt immer von Θ ab.
Für das obige Beispiel:

$$G(\Theta) = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{bmatrix}$$