Universität Hamburg, Fachbereich Informatik

Arbeitsbereich Technische Aspekte Multimodaler Systeme (TAMS)

Praktikum der Technischen Informatik

T4 – 1

Nachrichtentechnische Grundlagen zur digitalen Kommunikation

Der erste Teil dieses Praktikums ist aufgebaut auf MATLAB. MATLAB ist ein System zur numerischen und symbolischen Behandlung mathematischer Probleme mit besonderer Stärke auf den Gebieten der linearen Algebra, der Signalverarbeitung und der graphischen Darstellung.

MATLAB interpretiert im Kommandofenster eingegebene Ausdrücke. Diese Ausdrücke dürfen alle vorher definierten Variablen enthalten sowie die Dateinamen aller im Suchpfad erreichbaren MATLAB-Skripte und Funktionen. Die MATLAB-Syntax wird soweit möglich vor dem Praktikanten verborgen. Man kann sich aber alle Funktionen und Skripte im M-File-Editor anschauen. Online-Hilfe gibt es im Menü Help und im Kommandofenster mit *help* oder *help t4* oder *help* Funktionsname.

Man beachte, dass die Graphiken sturheil ohne Rücksicht auf Division durch Null o.dgl. erzeugt werden. Die Warnungen und Fehlermeldungen im Kommandofenster sind zu ignorieren.

Ale weitere Vereinfachung der Durchführung genügt ein einziger Aufruf des Scripts

mscriptview('t4'),

von dem aus sich alle weiteren Scripten komfortabel aufrufen lassen und das insbesondere das interaktive Arbeiten mit einem in MATLAB formulierten (prozeduralen) Skript ermöglicht.

Die Ziele von MSCRIPTVIEW sind:

- Das Material soll vollständig als ASCII-Text vorliegen und mit einem reinen Text-Editor auch ohne MATLAB lesbar sein, dann allerdings ohne Graphiken.
- Unterrichtsmaterial soll Plattform-unabhängig mit MATLAB bearbeitet werden können.
- Welche Seiten und welche Graphiken und wie viele davon auf dem Bildschirm dargestellt werden, soll vollständig in der Regie des Benutzers liegen.
- Die Reihenfolge der Bearbeitung ist beliebig (bis auf bewusst vorgegebene Bearbeitungsschritte)
- Das Kommandofenster von MATLAB ist jederzeit verfügbar, um dort per Kopie aus dem Unterrichtsmaterial und durch Editieren Varianten ablaufen zu lassen.
- Die zur Darstellung mit MSCRIPTVIEW vorgesehenen MATLAB-Skripte können auch vom MATLAB-Kommandofenster aus als gewöhnliche *.m-Files direkt gestartet werden. Dann ist die Interaktivität jedoch beschränkt

auf das Weiterschalten mit beliebiger Taste bei fokussiertem Kommandofenster (sofern Pause-Kommandos vorhanden).

Nach dem Aufruf von *mscriptview* erscheint das Wurzel-Skript in einem Fenster:

Text ist schwarz normal dargestellt.

Anweisungen und Erläuterung zur Benutzung des Skriptes sind kursiv und blau hervorgehoben.

MATLAB-Blöcke sind rot gefärbt.

Endet eine MATLAB-Zeile mit Äufruf von MSCRIPTVIEW, der ein neues MSV-Fenster erzeugt. Solche Zeilen sind grün dargestellt.

Weiss und damit unsichtbar sind die MATLAB-Befehle "pause", "waitfor" und "echo". Diese werden ansonsten wie Textzeilen behandelt.

Die rot dargestellten MATLAB-Blöcke dienen einerseits zur Erzeugung der zum Text gehörigen Graphiken und andererseits als Wiederholung des Textes in ausführbarem und dennoch lesbarem Code.

MATLAB-Blöcke und Script-Aufrufe werden durch Anklicken ausgeführt (erster Klick markiert den Block, zweiter Klick führt aus).

Interaktion mit MSV-Fenstern

Zusätzlich zu den üblichen Fensterfunktionen wird geboten: (ML bedeutet linke Maustaste klicken)

Wirkung	Maus	Taste
Absatz vorrücken	+	
Seite vorrücken	ML unter Text	n (next)
Absatz/Seite zurück	ML über Text	- oder l (last)
MATLAB-Block markieren	ML auf Block	+ bzw - (der oberste Block wird markiert)
MATLAB-Block ausführen	ML auf markierten Block	r (run)
Hilfe		h (help)
MSV-Fenster löschen		"ENTF"
alle Graphiken löschen		"ESC"
markierten MATLAB-Block in Editor kopieren		c

Wird der Text mit den Tasten +, -, n, l bewegt, so wird auf der neuen Seite der schon auf der vorigen Seite sichtbare Teil grau dargestellt.

Interaktion mit Graphik-Fenstern

Wenigstens ist folgendes möglich:

Wirkung	Maus	Taste
spezielle Hilfe		h (help)
Fenster löschen		"ENTF"
alle Graphiken löschen		"ESC"

Meistens ist die Achse der Interaktion mit den Tasten 1,2,3 wählbar und die Vergrößerung bzw. Verkleinerung in der gewählten Richtung mit den Tasten g bzw. k sowie ein Verschieben mit + bzw -. Auch kann mit der Taste a ein Dialog angefordert werden zur Achsen-Skalierung.

Bisweilen dienen die Tasten 1 2 3 ... zur Hervorhebung von Linien.

Da sämtliche Versuche über in MATLAB geschriebene Skripten durchgeführt werden, dienen die folgenden Ausführungen vor allem dazu, dass Sie sich schon einmal ansehen können, was auf Sie zukommt, ohne dabei in Einzelheiten zu gehen, die sich sowieso noch ändern können (und wohl auch werden).

Versuch 1: Zeitbereich und Frequenzbereich

Die Fouriertransformation transformiert ein reelles oder komplexes Signal vom Zeitbereich in den Frequenzbereich. Die Zeitvariable sei t, die Frequenzvariable $\omega = 2\,\pi\,f$. Der Frequenzbereich heisst auch Spektralbereich.

Gegeben sei das Signal $s(t)$.

Dann heisst

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-i\,\omega\,t}dt$$

Fouriertransformierte von s (sofern sie existiert).

S ist eine zu s äquivalente Darstellung des Signals, denn es gilt umgekehrt

$$s(t) = \frac{1}{2\,\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)e^{i\,\omega\,t}d\omega$$

Als Spektrum wird der Absolutbetrag der Fouriertransformierten bezeichnet.

Wir ermitteln die Fouriertransformierte der Funktion $s(t) = \cos(2\,\pi\,f_0\,t)$, wo f_0 = 3.0 Hz die Frequenz bedeutet.

Aufgabe 1.1: Der Ausdruck der Fouriertransformierten hat zwei Terme:

$$\pi\,\mathrm{Dirac}(\omega + 2\,\pi\,f_0) + \pi\,\mathrm{Dirac}(\omega - 2\,\pi\,f_0),$$

wo Dirac die Dirac'sche Deltafunktion bedeutet. Berechnen Sie mit Hilfe von MATLAB die Zeitfunktion für jeden der beiden Terme getrennt durch inverse Fouriertransformation.

Aus welchen Komponenten setzt sich also jede reelle Sinus- bzw. Cosinus-Schwingung zusammen? Worin besteht der Unterschied der beiden Komponenten im Zeitbereich? Betrachten Sie jeweils den Realteil über t und den Imaginärteil über t.

Versuch 2: Abtastung

Dieser Versuch gehört thematisch hierher, die Teile 2.2 und 2.3 sind aber optional, d.h. führen Sie sie erst durch, wenn Sie nach Durchführung der anderen Versuche noch Zeit haben.

Wir merken uns (hier ohne Herleitung):

Ein periodisches Zeitsignal mit der Periode T hat ein diskretes Spektrum mit nichtverschwindenden Werten bei $f = k/T$ (k ganz).

Ein zeitdiskretes (digitales!) Signal mit Abtastpunkten $k * T$ (k ganz) hat ein periodisches Spektrum mit der Periode $f_s = 1/T$. f_s heißt Abtastfrequenz (sample frequency).

Ein analoges zeitkontinuierliches Signal $x(t)$ wird digitalisiert durch Abtastung des Signalwertes an äquidistanten Zeitpunkten t_n (Zeitdiskretisierung) und digitale Repräsentation der Abtastwerte y_n (Quantisierung):

$$y_n = x(t_n)$$

Aufgabe 2.1:
Die Frequenz der vom entsprechenden MATLAB-Skript gezeigten Sinusschwingung ist $f * f_s$. Bestimmen Sie f durch Auszählung der Abtastschritte.

Das Spektrum des zeitdiskreten Signals ist periodisch mit der Periode f_s, wo f_s die Abtastfrequenz ist. Überdies ist bei einem reellen zeitdiskreten Signal die Periode symmetrisch.

Seien $x(t)$ und $t(k)$ gegeben. Dann bezeichnet man alle Signale $x'(t)$, deren Spektrum von $x'(t(k))$ identisch ist mit dem von $x(t(k))$, als Alias.

Aufgabe 2.2: **optional**
Wie viele Alias zu dem eben visualisierten Sinus-Signal gibt es im Frequenzbereich zwischen 0 und $3\,f_s$?

Hinweis: Betrachten Sie die drei Perioden $0 \ldots 3\,f_s$ im Frequenzbereich und beachten Sie die beiden über der Aufgabe stehenden Absätze. Das Spektrum eines kontinuierlichen Sinus-Signals ist eine Deltafunktion bei der Sinusfrequenz.

Aufgabe 2.3: **optional**
Geben Sie die Frequenzen der Alias zu $\sin(2\,\pi\,f\,t)$ zwischen 0 und $3\,f_s$ an, und zwar wie bei f relativ zu f_s. Die durch Komma oder Leerzeichen getrennten Zah-

len (oder Ausdrücke) müssen als Vektor gekennzeichnet sein durch Einrahmung in eckige Klammern z.B. [0.3 1.2 5.7].

Der Sinus ist Projektion einer Kreisbewegung. In der Projektion ist die Drehrichtung nicht erkennbar. Positive und negative Frequenzen sind deshalb nicht unterscheidbar. Kennt man die Drehbewegung durch Hinzunahme des sog. Imaginärteils, so zeigt das komplexe Spektrum dieses analytischen Signals die Symmetrie nicht. Innerhalb des Bereiches $0 \ldots f_s$ gibt es daher keine Alias.

Aufgabe 2.4:
Es werden zeitliche Abläufe

$$e^{i\,\pi\,f\,t} = \cos(2\,\pi\,f\,t) + i\,\sin(2\,\pi\,f\,t)$$

in der komplexen Ebene gezeigt. Die Frequenz ist wie oben relativ zu f_s zu bestimmen und jeweils einzugeben. Blicken Sie längs der Zeitrichtung. Zum Zählen ist der Cursor hilfreich. Tippen Sie "h" für Hilfe zum Bild, wenn das Bild fokussiert ist. Beachten Sie, dass auch negative Frequenzen möglich sind, die sich wie in Aufgabe 1.1 an der Drehrichtung der Spirale erkennen lassen. Beachten Sie weiter, dass auch Angaben wie 2/17 möglich sind.

<u>Versuch 3:</u> Datenübertragung im Basisband

Die zu übertragende Information sei repräsentiert als Sequenz von Symbolen aus einer endlichen Symbolmenge von reellen Zahlen. Beispiele für Symbolmengen sind: {0, 1}, {-1, +1}, {-1.5, -0.5, +0.5, +1.5}. Die Symbole werden übertragen zu festen äquidistanten Zeitpunkten $t(k)$. Den Abstand der Zeitpunkte nennt man Schritt. Daraus ergibt sich die Schrittfrequenz = 1/Schritt.

Die physikalische Repräsentation der Symbole ist jedoch analog und zeitkontinuierlich. Reiht man rechteckförmige Symbole von Schrittlänge aneinander (PCM), so ergibt sich ein unendlich ausgedehntes Spektrum, das Frequenzmultiplex ausschließt.

Wird umgekehrt - für Frequenzmultiplex optimal - ein rechteckförmiges Spektrum verlangt, so ergibt sich durch inverse Fouriertransformation ein zeitlich unendlich ausgedehntes Symbol, was ebenfalls unbrauchbar ist.

Es gibt zwei Methoden, anstelle des Treppensignals ein Signal zu erzeugen, dessen Frequenzanteile oberhalb einer Grenze, z.B. 2*Schrittfrequenz, auf nicht mehr störende Amplituden gedämpft sind:

- Die reellen Symbolwerte werden als Stützstellen für eine geeignete Interpolation verwendet.
- Das Signal, welches an den Schrittzeitpunkten aus Symbolwert* Deltafunktion besteht und sonst verschwindet, wird durch ein Tiefpassfilter mit entsprechender oberer Grenze gefiltert, d.h. die störenden Anteile werden durch Filtern beseitigt.

Aufgabe 3.1:
Vergleichen Sie die Frequenzgrenzen für zwei Interpolationsverfahren:

- Verbindung der Symbolwerte durch eine halbe Cosinus-Schwingung (sog. Raised Cosine)
- Shannoninterpolation: durch jeden Symbolwert $s(k)$ zum Abtastzeitpunkt $t(k)$ wird die Funktion

$$s(k)\, sin((\pi/2)\, f_s\, (t - t(k)))/(\pi/2)\, f_s\, (t - t(k))$$

gelegt. Alle anderen dieser Funktionen verschwinden am Zeitpunkt $t(k)$. Die Summe aller Funktionen ergibt die interpolierte Funktion. Das Spektrum des so erzeugten zeitkontinuierlichen Signals stimmt im Bereich $-f_s/2 \ldots + f_s/2$ mit dem des zeitdiskreten überein, verschwindet aber außerhalb.

Schrittsynchronisation

Auf der Empfängerseite ist das analoge Signal zu interpretieren. Dazu ist zweierlei nötig:

- Eine Rekonstruktion der Zeitpunkte, an denen die digitalen Daten abzutasten sind.
- Die Abtastung und Quantisierung (sog. Datenentscheidung)

Dieser Versuch gilt dem ersten Punkt.

Man unterscheidet zwei Verfahren zur Bestimmung der Abtastpunkte:

(a) Das Start/Stopp-Verfahren: Sender und Empfnger benutzen unsynchonisierte Uhren, die bis zu einer im Versuch zu bestimmenden Grenze unterschiedlich laufen dürfen. Die Abtastpunkte für eine kurze Sequenz von Bits werden allein durch den Zeitpunkt des ersten sog. Start-Bits festgelegt.

Versuch 4.1:
Bestimmen Sie für den Fall einer Übertragung von je 8 Bit, in welchem Bereich sich die Empfnger-Uhr bewegen darf, wenn die Sender-Uhr auf 100 Zeitschritte pro Bit eingestellt wird.

(b) Der Empfänger synchronisiert seine Uhr durch Rekonstruktion aus dem empfangenen Signal.

Modulation

Im Basisband ist Frequenzmultiplex nicht möglich. Die Verschiebung des Basisbandsignals $b(t)$ in ein höheres Frequenzband erfolgt durch Modulation. Es gibt drei Modulationsarten und eine Reihe von Varianten und Kombinationen. Sie sind alle zurückzuführen auf das Signal

$$s(t) = a(t)\, cos(2\,\pi\, f(t)\, t + p(t))$$

Amplitudenmodulation (AM):
$f(t) = f_0$ (Trägerfrequenz) und $p(t) = p_0$ sind konstant. Die Information $b(t)$ wird in $a(t)$ repräsentiert. Man unterscheidet zwei Methoden der Erzeugung von $a(t)$ aus dem Basisbandsignal $-1 < b(t) < +1$:

- $a(t) = 1 + b(t)$ AM-Rundfunk (LW,MW,KW)
- $a(t) = b(t)$

Im ersten Fall wird der größte Teil der Sendeleistung zur Aussendung der Trägerschwingung verbraucht.
Im zweiten Fall wird kein Träger gesendet. Er muss aber für die Demodulation im Empfänger rekonstruiert werden.

Phasenmodulation (PM):
$a(t) = a_0$ und $f(t) = f_0$ (Trägerfrequenz) sind konstant. Die Information wird in p(t) repräsentiert, z.B. $p(t) = \pi\, b(t)$, wo $-1 < b(t) < +1$.

Frequenzmodulation (FM):
FM ist eine Phasenmodulation mit dem Integral des Basisbandsignals $b(t)$:

$$s(t) = a_0 * \cos(2\,\pi\, f_0\, t + 2\,\pi\, m \cdot \int_{-\infty}^{t} b(x)dx + p_0)$$

Die aktuelle Frequenz des Cosinus ergibt sich durch Differentiation des Cosinus-Arguments nach t und Division durch $2\,\pi$:

$$f = f_0 + m \cdot b(t)$$

Der Ausdruck macht klar, warum man von Frequenzmodulation spricht. Auch bei konstantem nicht verschwindendem $b(t)$ sind f und f_0 verschieden im Gegensatz zu PM. Die Demodulation von FM erfolgt durch zeitliche Differentiation der Ausgabe des Phasendemodulators. Wegen dieser Ableitung fällt der konstante Phasenterm p_0 weg. Auch ist die genaue Kenntnis von f_0 beim FM-Empfänger nicht erforderlich. Nachrichtentechnisch ist FM wegen der Empfindlichkeit der Differentiation bei Störungen wesentlich schlechter als PM. Die notwendige Rekonstruktion der Trgerschwingung macht allerdings den PM-Demodulator deutlich aufwendiger.

Bei AM gibt es noch die wichtige Variante der Quadratur-Amplitudenmodulation (QAM). Dies ist eine Kombination von AM und PM die durch Separation von $s(t)$ in cos- und sin-Anteil entsteht:

$$s(t) = \mathrm{ca}(t)\, cos(2\,\pi\, f_0\, t) + \mathrm{sa}(t)\, sin(2\,\pi\, f_0\, t)$$

Hieraus ergibt sich durch Transformation von kartesischen in Polarkoordinaten:

$$\begin{aligned} a(t) &= \sqrt{\mathrm{ca}(t)^2 + \mathrm{sa}(t)^2} \\ p(t) &= \arctan(\mathrm{sa}(t)/\mathrm{ca}(t)) \end{aligned}$$

Mit $ca(t)$ und $sa(t)$ kann man gleichzeitig zwei verschiedene Signale auf der selben Trägerfrequenz modulieren.

Die MATLAB-Funktion *modulation* demonstriert die Modulationsarten (mit Taste n wird zyklisch fortgeschaltet)

Die Spektren der Modulationsarten belegen ein Frequenzband beiderseits der Trägerfrequenz f_0. Wir demonstrieren dies für den Fall AM mit einem Nyquistpuls $\sin(a\,t)/(a\,t)$.

Versuch 5.1: Beantworten Sie zu der symbolisch berechneten Fouriertrandformierten von

$$\cos(2\,\pi\,\mathrm{ftr}\,t)\,\frac{\sin a\,t}{a\,t}$$

mit $\mathrm{ftr} = 2.5\,Hz, b = 0.4, a = b\,\pi$ die Fragen

1) Warum ist die Fouriertransformierte in zwei Bereichen symetrisch zu $\omega = 0$ von 0 verschieden?

2) Warum liegt der von Null verschiedene Bereich bei $14.45 < \omega < 16.96$

Überlegen Sie sich dazu, was Sie für einen reinen Cosinus ohne den zweiten Term erhalten hätten. Wie lässt sich die Breite des Bereichs aus a berechnen?

Der ideale Nyquistpuls ist wegen seiner zeitlichen Ausdehnung unbrauchbar. Nachfolgend wird deshalb Raised Cosine benutzt.

Bei digitaler Modulation benutzt man folgende Bezeichnungen:

Amplitude Shift Keying (ASK) anstelle von AM
Frequency Shift Keying (FSK) anstelle von FM
Phase Shift Keying (PSK) anstelle von PM.

Darüber hinaus stellt man häufig die benutzte Anzahl von Niveaus voran:

2-ASK, 2-FSK, 2-PSK, 4-ASK, 4-FSK, 4-PSK, 8-ASK usw.

Bei QAM wie auch bei anderen ASK/PSK-Kombinationen gilt die vorangestellte Zahl für die Anzahl aller Symbole. Sind z.B. beide Basisbandsignale bei QAM binär, so ergibt das eine 4-QAM. Anstelle von 2-PSK und 4-PSK wird häufig BPSK bzw. QPSK geschrieben.

Der Empfänger muss zunächst aus dem reellen Bandpass-Signal das komplexe Basisbandsignal erzeugen:
Durch Multiplikation mit $cos(2\,\pi\,f_0\,t)$ ergibt sich der Realteil, durch Multiplikation mit $-i\,sin(2\,\pi\,f_0\,t)$ der Imaginrteil. Beide Teile werden anschliessend gefiltert (Empfangsfilter). QAM ist damit schon demoduliert. Bei AM, PM und FM ist noch nach Polarkoordinaten zu transformieren.

Ist die Eingangsfrequenz des Empfängers f, so dreht sich das Signal in der komplexen Ebene mit der Frequenz $f - f_0$. Ist $f < f_0$, so ist die Drehung rückwärts (in Richtung der positiven Zeitachse gesehen linksherum).

<u>Versuch 5.3:</u> FSK-Modem nach V.21 mit Start/Stopp-Synchronisation.

Die Spezifikation von V.21 (Hin-Weg) ist wie folgt:

Trägerfrequenz:	1080 Hz
Schrittfrequenz:	300 Baud
Modulation:	FSK
Symbole:	980 Hz entspricht “1”
	1180 Hz entspricht “0”

Die durch blaue Punkte markierte Abtastfrequenz in der Darstellung ist 1800 Hz.

Aufgabe: Die dargestellte Sequenz enthält zwei Bytes nach dem Start/Stopp-Verfahren. Die 16 Bit sind visuell aus dem Bild zu entnehmen.

Hinweis: Überlegen Sie sich zunächst, wieviel Abtastpunkte einem übertragenen Bit entspricht, und dann noch einmal, wie eine Übertragung im Start-Stop-Verfahren organisiert ist. Womit wird also die Übertragung beginnen? Und was kommt auf jeden Fall nach acht übertragenen Daten-Bits? Die einzelnen Bits können am besten aus der Rotationsrichtung abgelesen werden bei Blick in Zeitrichtung, d.h. auf die Kreisrotation.

<u>Versuch 5.4:</u>
Ein ASCII-Text wird nach V.21 (300 Baud FSK) mit Start/Stopp-Synchronisation über die Soundkarte ausgegeben und via Mikrofon mit dem Audiorecorder aufgezeichnet. Nach manueller Bearbeitung der Aufnahme wird diese in MATLAB dem FSK-Empfänger zugeführt und ausgewertet.

Bei der Datenübertragung per Audiosignal durch Luft ist zu beachten, dass die Wellenlänge bei 1 kHz nur 34 cm beträgt. Schon bei der Übertragung über kurze Strecken kann es zu Reflexionen und damit zu Fadingeffekten kommen. Viel problematischer ist die Intersymboldifferenz bei Wegunterschieden in der Größenordnung der Schrittlänge (und mehr). Die Schrittlänge beträgt bei 300 Baud in Luft 1.13 m.